	MODUL IX **MATEMATIKA**

Judul	MATRIKS	
Penyusun	**Distribusi**	**Perkuliahan**
Nixon Erzed	PAMU UNIVERSITAS ESA UNGGUL	Pertemuan –X online

Tujuan :

Mahasiswa memahami pengertian matriks dan dapat melakukan operasi dasar pada matriks

Materi:

1. Pengertian
2. Notasi Matriks
3. Operasi Pada Matriks
4. Jenis-jenis Matriks Khusus
5. Transformasi Elementer Pada Baris Dan Kolom Suatu Matriks
6. Matriks Ekuivalen
7. Matriks Elementer

MATRIKS

1. PENGERTIAN

Beberapa pengertian tentang matriks :

1) Matriks adalah himpunan skalar (bilangan riil atau kompleks) yang disusun atau dijajarkan secara empat persegi panjang menurut baris-baris dan kolom-kolom.
2) Matriks adalah jajaran elemen (berupa bilangan) berbentuk empat persegi panjang.
3) Matriks adalah suatu himpunan kuantitas-kuantitas (yang disebut elemen), disusun dalam bentuk persegi panjang yang memuat baris-baris dan kolom-kolom.

Susunan bilangan-bilangan itu dibatasi oleh kurva :

$$\left(\qquad\right) \quad \text{Atau} \quad \left[\qquad\right] \quad \text{Atau} \quad \left\|\qquad\right\|$$

Contoh :

$$A = \begin{pmatrix} 6 & 8 & 10 \\ 3 & 4 & 5 \end{pmatrix}$$

Suatu matriks biasanya dinotasikan dengan huruf besar dan ditulis secara umum sebagai berikut:

$$A_{mxn} = \begin{array}{cl} \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & . & . & . & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & . & . & . & a_{2n} \\ . & . & & & & . \\ . & . & & & & . \\ . & . & & & & . \\ a_{m1} & a_{m2} & . & . & . & a_{mn} \end{pmatrix} & \begin{array}{l} \rightarrow baris.ke-1 \\ \rightarrow baris.ke-2 \\ \\ \\ \\ \rightarrow baris.ke-m \end{array} \end{array}$$

kolom ke-n
kolom ke-2
kolom ke-1

2. NOTASI MATRIKS

Matriks $A = (a_{ij})$

dimana i=1, 2, 3,…..m yang menyatakan baris ke–i *dan*
j=1, 2, 3,…., n yang menyatakan kolom ke–j

Setiap bilangan yang terdapat pada baris dan kolom dinamakan anggota atau elemen matriks dan diberi nama sesuai dengan nama baris dan nama kolom serta dinotasikan dengan huruf kecil sesuai dengan nama matriknya.

a11 = elemen baris pertama kolom pertama.
a12 = elemen baris pertama kolom kedua.
a1n = elemen baris pertama kolom ke-n.
a21 = elemen baris kedua kolom pertama.
a22 = elemen baris kedua kolom kedua.
a2n = elemen baris kedua kolom ke-n.
am1 = elemen baris ke-m kolom pertama.
am2 = elemen baris ke-m kolom kedua.
amn = elemen baris ke-m kolom ke-n.

Contoh:

$$A = \begin{pmatrix} 4 & 3 & 8 \\ 2 & 5 & 9 \\ 7 & 6 & 10 \end{pmatrix}$$

6 = elemen baris ketiga kolom kedua.
5 = elemen baris kedua kolom kedua.
9 = elemen baris kedua kolom ketiga.
10 = elemen baris ketiga kolom ketiga.

dan seterusnya.

Ordo Matriks

Ordo suatu matriks adalah banyaknya elemen-elemen suatu matriks yang dinayatakan sebagai perkalian antara baris dan kolom.

Matrik **A** berordo m x n yang berarti bahwa banyaknya baris m dan banyaknya kolom n atau dapat dituliskan sebagai

$$A_{mxn}$$

Contoh:

A = $\begin{pmatrix} 5 & 2 \\ 4 & -1 \end{pmatrix}$; A berordo 2x2 atau $A_{2 \times 2}$.

B = $\begin{pmatrix} 3 & 2 & 5 \\ 3 & -1 & 0 \end{pmatrix}$; B berordo 2x3 atau $B_{2 \times 3}$.

C = $\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 5 \end{pmatrix}$; C berordo 3x1 atau $C_{3 \times 1}$.

D = (6 7 8) ; D berordo 1x3 atau D_{1x3}.

Contoh :

A= $\begin{pmatrix} -1 & -3 \\ 2 & 12 \end{pmatrix}$ B= $\begin{pmatrix} -3 \\ -4 \end{pmatrix}$ C= $\begin{pmatrix} 1 & -2 & 8 & 4 \end{pmatrix}$

Ordo Matriks →	2 x 2	2 x 1	1 x 4
Jumlah baris →	2	2	1
Jumlah kolom →	2	1	4

- Matriks yang hanya mempunyai satu baris disebut MATRIKS BARIS, sedangkan matriks yang hanya mempunyai satu kolom disebut MATRIKS KOLOM.
- Dua buah matriks A dan B dikatakan SAMA jika ukurannya sama (mxn) dan berlaku $a_{ij} = b_{ij}$ untuk setiap i dan j

3. OPERASI PADA MATRIKS

a. Penjumlahan Matriks

Penjumlahan matriks hanya dapat dilakukan terhadap matriks-matriks yang mempunyai ukuran (orde) yang sama. Jika A=(a_{ij}) dan B=(b_{ij}) adalah matriks-matriks berukuran sama, maka A+B adalah suatu matriks C=(c_{ij}) dimana (c_{ij}) = (a_{ij}) +(b_{ij}) atau [A]+[B] = [C] mempunyai ukuran yang sama dan elemennya (c_{ij}) = (a_{ij}) +(b_{ij})

Contoh :

$$A=\begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 4 & 2 \end{pmatrix} \quad B=\begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} \quad C=\begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 1 & 0 & 5 \end{pmatrix} \text{ maka}$$

$$A+B = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 4 & 2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3+0 & 1+2 \\ 4+1 & 2+3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & 3 \\ 5 & 5 \end{pmatrix}$$

$$A+C = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 4 & 2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 1 & 0 & 5 \end{pmatrix} = \textit{tidak terdefinisi}$$

A+C tidak terdefinisi (tidak dapat dicari hasilnya) karena matriks A dan B mempunyai ukuran yang tidak sama.

b. Pengurangan Matriks

Sama seperti pada penjumlahan matriks, pengurangan matriks hanya dapat dilakukan pada matriks-matriks yang mempunyai ukuran yang sama. Jika ukurannya berlainan maka matriks hasil tidak terdefinisikan.

Contoh :

$$A=\begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 4 & 5 \end{pmatrix} \quad B=\begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} \text{ maka}$$

$$A - B = \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 4 & 5 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3-0 & 4-2 \\ 4-3 & 5-4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$$

c. Perkalian Matriks Dengan Skalar

Jika k adalah suatu bilangan skalar dan A=(a_{ij}) maka matriks kA=(ka_{ij}) yaitu suatu matriks kA yang diperoleh dengan mengalikan semua elemen matriks A dengan k.

Mengalikan matriks dengan skalar dapat dituliskan di depan atau dibelakang matriks.

Misalnya [C] = k.[A] = [A].k dan (c_{ij}) = (k.a_{ij})

Contoh :

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & -1 & 5 \end{pmatrix}$$

$$\text{maka } 2 \times A = \begin{pmatrix} 2*1 & 2*2 & 2*3 \\ 2*0 & 2*-1 & 2*5 \end{pmatrix}$$

Pada perkalian skalar berlaku hukum distributif dimana :

k(A+B) = kA + kB.

Contoh :

$$A= \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2 & -1 \end{pmatrix} \quad B= \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \quad \text{dengan } k=2,$$

maka

k.(A+B) = 2(A+B) = 2A+2B

$$2.(A+B) = 2 \times \left(\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2 & -1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \right) = 2x \begin{pmatrix} 3 & 5 \\ 3 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 & 10 \\ 6 & 0 \end{pmatrix}$$

Hasilnya sama dengan :

$$2A+2B = 2 \times \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2 & -1 \end{pmatrix} + 2 \times \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 & 10 \\ 6 & 0 \end{pmatrix}$$

d. Perkalian Matriks Dengan Matriks

Beberapa hal yang perlu diperhatikan :

1. Perkalian matriks dengan matriks umumnya tidak komutatif.
2. Syarat perkalian adalah jumlah banyaknya kolom pertama matriks sama dengan jumlah banyaknya baris matriks kedua.
3. Jika matriks A berukuran mxp dan matriks pxn maka perkalian A*B adalah suatu matriks C=(c_{ij}) berukuran mxn dimana

$$c_{ij} = a_{i1}b_{1j} + a_{i2}b_{2j} + a_{i3}b_{3j} + \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots + a_{ip}b_{pj}$$

Contoh :

1) A $= \begin{pmatrix} 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}$ dan B $= \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ maka

$$A \times B = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (3*3) + (2*1) + (1*0) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 11 \end{pmatrix}$$

2) A $= \begin{pmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$ dan B $= \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ maka

$$A \times B = \begin{pmatrix} (3*3) + (2*1) + (1*0) \\ (1*3) + (2*1) + (1*0) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 11 \\ 5 \end{pmatrix}$$

Beberapa Hukum Perkalian Matriks :

1. Hukum Distributif, A*(B+C) = AB + AC
2. Hukum Assosiatif, A*(B*C) = (A*B)*C
3. Tidak Komutatif, A*B $\neq$ B*A
4. Jika A*B = 0, maka beberapa kemungkinan
   (i) A=0 dan B=0
   (ii) A=0 atau B=0
   (iii) A$\neq$0 dan B$\neq$0
5. Bila A*B = A*C, belum tentu B = C

e. Transpose Matriks

Jika diketahui :

matriks A = a_{ij} berordo m x n

maka transpose dari A adalah :

matriks A^T = a_{ij} berorodo n x m

yang didapat dari A dengan menuliskan baris ke-i dari A sebagai kolom ke-i dari A^T.

Atau dengan kalimat sebagai berikut :

"jika pada matriks A setiap baris ditempatkan pada setiap kolom maka matriks itu merupakan matriks transpos."

Contoh:

$$A = \begin{pmatrix} 4 & 5 & 6 & 5 \\ 1 & 3 & 2 & 0 \\ 3 & 2 & -3 & 1 \end{pmatrix}$$

maka matriks transposnya

$$A^t = \begin{pmatrix} 4 & 1 & 3 \\ 5 & 3 & 2 \\ 6 & 2 & -3 \\ 5 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Beberapa Sifat Matriks Transpose :

(i) $(A+B)^T = A^T + B^T$
(ii) $(A^T) = A$
(iii) $k(A^T) = (kA)^T$
(iv) $(AB)^T = B^T A^T$

Buktikan sifat-sifat transpose diatas !

4. JENIS-JENIS MATRIKS KHUSUS

Berikut ini diberikan beberapa jenis matriks selain matriks kolom dan matriks baris

(i) MATRIKS NOL, adalah matriks yang semua elemennya nol

Sifat-sifat :

1. A+0=A, jika ukuran matriks A = ukuran matriks 0
2. A*0=0, begitu juga 0*A=0.

(ii) MATRIKS BUJURSANGKAR, adalah matriks yang jumlah baris dan jumlah kolomnya sama. Barisan elemen a_{11}, a_{22}, a_{33}, ….a_{nn} disebut diagonal utama dari matriks bujursangkar A tersebut.

Contoh : Matriks berukuran 2x2

$$A= \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$$

(iii) MATRIKS BUJURSANGKAR ISTIMEWA

a. Bila A dan B merupakan matriks-matriks bujursangkar sedemikian sehingga AB=BA maka A dan B disebut COMMUTE (saing).

b. Bila A dan B sedemikian sehingga AB=-BA maka A dan B disebut ANTI COMMUTE.

c. Mtriks M dimana M^{k+1}=M untuk k bilangan bulat positif disebut matriks PERIODIK.

d. Jika k bilangan bulat positif terkecil sedemikian sehingga M^{k+1}=M maka M disebut PERIODIK dengan PERIODE k.

e. Jika k=1 sehingga M^2=M maka M disebut IDEMPOTEN.

f. Matriks A dimana A^p=0 untuk p bilangan bulat positif disebut dengan matriks NILPOTEN.

g. Jika p bilangan positif bulat terkecil sedemikian hingga A^p=0 maka A disebut NILPOTEN dari indeks p.

(iv) MATRIKS DIAGONAL, adalah matriks bujursangkar yang semua elemen diluar diagonal utamanya nol.

Contoh :

$$A= \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$$

(v) MATRIKS SATUAN/IDENTITY, adalah matriks diagonal yang semua elemen diagonalnya adalah 1.

Contoh :

$$A= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Sifat-sifat matriks identitas :

1. A*I=A
2. I*A=A

(vi) MATRIKS SKALAR, adalah matriks diagonal yang semua elemennya sama tetapi bukan nol atau satu.

Contoh :

$$A= \begin{bmatrix} 4 & 0 & 0 \\ 0 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 4 \end{bmatrix} = k.I$$

(vii) MATRIKS SEGITIGA ATAS (UPPER TRIANGULAR), adalah matriks bujursangkar yang semua elemen dibawah diagonal elemennya = 0.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

(viii) MATRIKS SEGITIGA BAWAH (LOWER TRIANGULAR), adalah matriks bujursangkar yang semua elemen diatas diagonal elemennya = 0.

$$A=\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 4 & 2 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 3 & 0 \\ 1 & 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

(ix) MATRIKS SIMETRIS, adalah matriks bujursangkar yang elemennya simetris secara diagonal. Dapat juga dikatakan bahwa matriks simetris adalah matriks yang transposenya sama dengan dirinya sendiri.

Contoh :

$$A=\begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 2 & 3 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix} \quad \text{dan} \quad A^T=\begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 2 & 3 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

(x) MATRIKS ANTISIMETRIS, adalah matriks yang trnsposenya adalah negatif dari matriks tersebut. Maka $A^T=-A$ dan $a_{ij}=-a_{ij}$, elemen diagonal utamanya = 0

Contoh :

$$A=\begin{pmatrix} 0 & 1 & -3 & 0 \\ -1 & 0 & 4 & 2 \\ 3 & -4 & 0 & -1 \\ 0 & 2 & 1 & 0 \end{pmatrix} \quad \text{maka } A^T=\begin{pmatrix} 0 & -1 & 3 & 0 \\ 1 & 0 & -4 & -2 \\ -3 & 4 & 0 & 1 \\ 0 & -2 & -1 & 0 \end{pmatrix}$$

(xi) MATRIKS TRIDIAGONAL, adalah matriks bujursangkar yang semua elemen-elemennya = 0 kecuali elemen-elemen pada diagonal utama serta samping kanan dan kirinya.

Contoh :

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 3 & 0 \\ 0 & 2 & 3 & 4 \\ 0 & 0 & 4 & 5 \end{pmatrix}$$

(xii) MATRIKS JODOH Ā, adalah jika A matriks dengan elemen-elemen bilangan kompleks maka matriks jodoh Ā dari A didapat dengan mengambil kompleks jodoh (CONJUGATE) dari semua elemen-elemnya.

Contoh :

$$A = \begin{pmatrix} 2+3i & 2i \\ 5 & 3-i \end{pmatrix} \quad \text{maka } \bar{A} = \begin{pmatrix} 2-3i & -2i \\ 5 & 3+i \end{pmatrix}$$

(xiii) MATRIKS HERMITIAN. Matriks bujursangkar $A=(a_{ij})$ dengan elemen-elemen bilangan kompleks dinamakan MATRIKS HERMITIAN jika $(\bar{A})'=A$ atau matriks bujursangkar A disebut hermitian jika $a_{ij} = \bar{a}_{ij}$. dengan demikian jelas bahwa elemen-elemen diagonal dari matriks hermitian adalah bilangan-bilangan riil.

Contoh :

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 5+i \\ 5-i & 3 \end{pmatrix} \quad \text{maka} \quad \begin{pmatrix} 2 & 5-i \\ 5+i & 3 \end{pmatrix} \quad \text{dan } \bar{A}' = \begin{pmatrix} 2 & 5+i \\ 5-i & 3 \end{pmatrix}$$

5. TRANSFORMASI ELEMENTER PADA BARIS DAN KOLOM SUATU MATRIKS

Perhatikan sistem persamaan linear 3 variabel berikut:

$$\begin{aligned} 2a + 3b + c &= 10 \\ a - 3b + 2c &= -5 \\ 2a - b - c &= 7 \end{aligned}$$

Dapat diubah menjadi

$$\begin{aligned} a - 3b + 2c &= -5 \\ 2a + 3b + c &= 10 \\ 2a - b - c &= 7 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2c + a - 3b &= -5 \\ c + 2a + 3b &= 10 \\ -c + 2a - b &= 7 \end{aligned}$$

Yang dimaksud dengan transformai pada baris atau kolom suatu matriks A adalah sebagai berikut.

1) Penukaran tempat baris ke-i dan baris ke-j atau penukaran kolom ke-i dan kolom ke-j dan ditulis $H_{ij}(A)$ untuk transformasi baris dan $K_{ij}(A)$ untuk transformasi kolom.

   Contoh :

   a. Penukaran baris

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 2 & 3 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} \xrightarrow{H_{12}(A)} \begin{bmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

   $H_{12}(A)$ berarti menukar baris ke-1 matriks A dengan baris ke-2

   b. Penukaran kolom

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 2 & 3 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} \xrightarrow{K_{23}(A)} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 2 & 1 & 3 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

   $K_{23}(A)$ berarti menukar kolom ke-2 matriks A dengan kolom ke-3

c. Mengalikan baris ke-i dengan suatu bilangan skalar $h \neq 0$, ditulis $H_i^{(h)}(A)$ dan memperkalikan kolom ke-i dengan skalar $k \neq 0$, ditulis $K_i^{(k)}(A)$.

Contoh :

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 2 & 3 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} \rightarrow H_2^{(-2)}(A) = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ \mathbf{-4} & \mathbf{-6} & \mathbf{-2} \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$K_3^{(1/2)}(A) = \begin{bmatrix} 1 & 2 & \mathbf{0} \\ 2 & 3 & \mathbf{1/2} \\ 0 & 1 & \mathbf{1/2} \end{bmatrix}$$

d. Menambah kolom ke-i dengan k kali koom ke-j, ditulis $K_{ij}^{(k)}(A)$ dan menambah baris ke-i dengan h kali baris ke-j, ditulis $H_{ij}^{(h)}(A)$.

Contoh :-

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 2 & 3 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} \xrightarrow[=H_2+(-1*H_3)]{H_{23}^{(-1)}(A)} \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ \mathbf{2} & \mathbf{2} & \mathbf{0} \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$K_{31}^{(2)}(A)$
$= K_3 + (2*K_1)$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & \mathbf{2} \\ 2 & 2 & \mathbf{4} \\ 0 & 1 & \mathbf{1} \end{bmatrix}$$

6. MATRIKS EKUIVALEN

Dua buah matriks A dan B disebut ekuivalen (A~B) apabila salah satunya dapat diperoleh dari yang lain dengan transformasi-transformasi elementer terhadap baris dan kolom. Kalau transformasi elementer hanya terjadi pada baris saja disebut ELEMENTER BARIS, sedangkan jika transformasi terjadi pada kolom saja disebut ELEMENTER KOLOM.

Contoh :

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 4 & 1 & 0 \end{bmatrix} \text{ dan } B = \begin{bmatrix} 4 & 1 & 0 \\ 2 & 3 & 1 \end{bmatrix}$$

A dan B adalah ekuivalen baris karena jika kita mempertukarkan baris ke-1 dengan baris ke-2 pada matriks A atau $H_{12}(A)$, maka akan didapat matriks B.

7. MATRIKS ELEMENTER

$A_{n \times n}$ disebut matriks elementer jika dengan sekali melakukan transformasi elementer terhadap suatu matriks identity I diperoleh $A_{n \times n}$

Contoh : Diketahui matriks

$$I_3 = \begin{bmatrix} \mathbf{1} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{1} & \mathbf{0} \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad H_{12}(I) \quad \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{1} & \mathbf{0} \\ \mathbf{1} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\xrightarrow[H_3+(k^*\ H_2)]{H_{31}(k)(I)} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ \mathbf{k} & \mathbf{0} & \mathbf{1} \end{bmatrix}$$

$$\xrightarrow[H_3+(-4^*\ H_2)]{H_{32}(-4)(I)} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ \mathbf{0} & \mathbf{-4} & \mathbf{1} \end{bmatrix}$$

LATIHAN

1. Diketahui matriks-matriks:

A = $\begin{pmatrix} -1 & 2 & 4 \\ 6 & 4 & 3 \\ 0 & 5 & 4 \end{pmatrix}$, B = $\begin{pmatrix} 5 & -2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, C = $\begin{pmatrix} 8 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 3 \\ 2 & -4 & 1 \end{pmatrix}$

Tentukan:

a. AB
c. AC
e. 2A + C
b. BA
d. CA
f. 3(A – C)

2. Jika $\begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ -2 \end{pmatrix} + 3\begin{pmatrix} 4 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix} + k\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$, tentukan nilai k !

3. Tentukan nilai x yang memenuhi persamaan berikut :

$$\begin{pmatrix} 4 & x-2 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -6 & 8 \\ -11 & -6 \end{pmatrix} = 2\begin{pmatrix} 3 & 1 \\ -2 & 4 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 0 & 3 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$$

4. Tentukan nilai x + y + z dari :

a. $\begin{pmatrix} 5 \\ 1 \\ 6 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7 \\ 8 \\ 3 \end{pmatrix}$

b. $\begin{pmatrix} 3 & 6 \\ 4 & 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} x & y \\ 7 & z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 & 4 \\ 8 & 4 \end{pmatrix}$

5. Tentukan nilai x dan ydari persamaan berikut :

$$\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$