09

PROBABILITAS 2

Universitas Esa Unggul

PROBABILITAS MARGINAL

Suatu kejadian yang terjadi bersamaan dengan kejadian lainnya, di mana kejadian lainnya tersebut dipengaruhi kejadian yang pertama.

Probabilitas Marjinal = P(*R*) = $\sum P$(S$_1$)P(R/S$_1$)

Contoh :

Suatu perusahaan memproduksi baterai di tiga pabrik . Produksi pabrik pertama (S_1 = 500), pabrik kedua (S_2 = 2000), dan pabrik ketiga (S_3 = 1500).

Besarnya nilai probabilitas barang rusak dari pabrik pertama, $P(R/S_1)$ adalah 0.020, probabilitas barang rusak dari pabrik kedua, $P(R/S_2)$ adalah 0.015, dan dari pabrik ketiga $P(R/S_3)$ adalah 0.030. Jika diambil baterai secara acak dari hasil produksi ketiga pabrik, berapa probabilitasnya bahwa baterai yang diambil tersebut rusak !

PROBABILITAS MARGINAL

Penyelesaian

Jumlah produksi $\mathbf{S_1 + S_2 + S_3 = 500 + 2000 + 1500 = 4000}$

$\mathbf{P(S_1) = \frac{500}{4000}}$ probabilitas baterai berasal dari pabrik 1; $\mathbf{P(R/S_1) = 0.020}$ probabilitas barang rusak pabrik 1

$\mathbf{P(S_2) = \frac{2000}{4000}}$ probabilitas baterai berasal dari pabrik 2; $\mathbf{P(R/S_2) = 0.015}$ probabilitas barang rusak pabrik 2

$\mathbf{P(S_3) = \frac{1500}{4000}}$ probabilitas baterai berasal dari pabrik 3; $\mathbf{P(R/S_3) = 0.030}$ probabilitas barang rusak pabrik 3

Probabilitas Marjinal $= \mathrm{P}(R) = \sum P(\mathrm{S}_1)\mathrm{P}(\mathrm{R}/\mathrm{S}_1)$

$$\begin{aligned}
\mathrm{P(R)} &= \mathrm{P(S_1)P(R/S_1) + P(S_2)P(R/S_2) + P(S_3)P(R/S_3)} \\
&= \frac{500}{4000}\ x\ 0.020 + \frac{2000}{4000}\ x\ 0.015 + \frac{1500}{4000}\ x\ 0.030 \\
&= 0.0213
\end{aligned}$$

TEOREMA BAYES

$$P(A|B) = \frac{P(B|A).P(A)}{P(B)}$$

Dalam notasi ini *P*(*A*|*B*) berarti peluang kejadian *A* bila *B* terjadi dan *P*(*B*|*A*) peluang kejadian *B* bila *A* terjadi

Dalam teori probabilitas dan statistika, teorema Bayes adalah sebuah teorema dengan dua penafsiran berbeda. Dalam penafsiran Bayes, teorema ini menyatakan seberapa jauh derajat kepercayaan subjektif harus berubah secara rasional ketika ada petunjuk baru.

TEOREMA BAYES

Suatu perusahaan besar menggunakan 3 hotel sebagai tempat menginap para langganannya. Dari pengalaman yang lalu diketahui bahwa 20% langganannya ditempatkan di Hotel I, 50% di Hotel B, dan 30% di Hotel S. Bila 5% kamar mandi di Hotel I tidak berfungsi dengan baik, 4% di Hotel B, dan 8% di Hotel S, berapa peluang bahwa:

a) Seorang langganan mendapat kamar yang kamar mandinya tidak baik?
b) Seseorang yang mendapat kamar mandi yang tidak baik ditempatkan di Hotel S

Diketahui:
A : seorang langganan mendapat kamar yang kamar mandinya tidak baik
B1 : penempatan di Hotel I
B2 : penempatan di Hotel B
B3 : penempatan di Hotel S

P(B1) = 0.2; P(B2) = 0.5; dan P(B3) = 0.3;
P(A|B1) = 0.05;
P(A|B2) = 0.04;
P(A|B3) = 0.08;

$$a.\ P(A) = \sum_{k=1}^{n} P(B_k) * P(A|B_k) = \text{P(B1)P(A/B1) + P(B2)P(A/B2) + P(B3)P(A/B3)}$$

$$(0.2)(0{,}05) + (0.5)(0{,}04) + (0.3)(0{,}08) = 0{,}054$$

$$b.\ P(B_3|A) = \frac{P(A|B_3) * P(B_3))}{P(A)} = \frac{(0{,}08)(0{,}3)}{0{,}054} = \frac{4}{9}$$

PERMUTASI

PERMUTASI

Permutasi adalah penyusunan kembali suatu kumpulan objek dalam urutan yang teratur dan berbeda dari urutan yang semula.

- Urutan diperhatikan

PERMUTASI

- Permutasi merupakan bentuk khusus aplikasi kaidah perkalian.
- Misalkan jumlah objek adalah *n*, maka
- ✓ urutan pertama dipilih dari *n* objek,
- ✓ urutan kedua dipilih dari $n – 1$ objek,
- ✓ urutan ketiga dipilih dari $n – 2$ objek,
- ✓ …
- ✓ urutan terakhir dipilih dari 1 objek yang tersisa.

Menurut kaidah perkalian, permutasi dari *n* objek adalah

$$n(n - 1)(n - 2) \ldots (2)(1) = n!$$

FAKTORIAL

Hasil kali bilangan bulat positif dari 1 sampai n disebut n faktorial ditulis n!

Jadi n ! = 1.2.3.........(n-2)(n-1).n

Catatan:

1! = 1 dan

0! = 1

Contoh 1:

3! = 1 x 2 x 3 = 6

Atau

3! = 3 x 2 x 1 = 6

Contoh 2:

5! = 1 x 2 x 3 x 4 x 5 = 120

Atau

5! = 5 x 4 x 3 x 2 x 1 = 120

PERMUTASI

Permutasi dari seluruh obyek

$$nPn = n!$$

Contoh :

Untuk tiga huruf A, B, dan C.

a. Hitunglah banyaknya permutasi dari tiga huruf A, B, dan C.

b. Daftarlah permutasi dari tiga huruf A, B, dan C.

Penyelesaian :

a. Di sini n = 3, sehingga banyaknya permutasi dari tiga huruf A, B, dan C adalah

$$3P3 = 3! = 3.2.1 = 6$$

b. Permutasi dari tiga huruf A, B, dan C adalah ABC, ACB, BAC, BCA, CAB, CBA

PERMUTASI

Permutasi sebanyak x dari n obyek

$$nPx = \frac{n!}{(n-x)!}$$

Contoh :
Apabila ada 3 orang mahasiswa (ABC) dipermutasikan masing – masing 2, maka permutasi sebagai berikut :

$$3P2 = \frac{3!}{(3-2)!} = \frac{3 \times 2 \times 1}{1} = 6$$

AB, AC, BA, BC, CA dan CB (jumlah 6)

PERMUTASI

Contoh:

Misalnya suatu daftar memuat 10 rencana investasi yang dikemukakan oleh direksi perusahaan kepada suatu dewan komisaris, dimana setiap anggota dewan komisaris diminta untuk memberikan penilaian terhadap 5 rencana investasi tersebut yang dianggap feasible. Ada berapa cara ranking dari 10 rencana investasi tersebut kalau diambil 5 setiap kali?

Penyelesaian:

Dari soal diketahui n = 10, dan x = 5, maka:

$$_{10}P_5 = \frac{10!}{(10-5)!} = \frac{10!}{5!}$$

$$= \frac{10 \, . \, 9 \, . \, 8 \, . \, 7 \, . \, 6 \, . \, 5!}{5!}$$

$$= 10 \times 9 \times 8 \times 7 \times 6$$

= 30240 cara untuk ranking

PERMUTASI

Permutasi siklis/keliling

Permutasi dari obyek yang membentuk suatu lingkaran.
Dirumuskan sebagai :

$$(n-1)!$$

Contoh :
Sekelompok mahasiswa yang terdiri dari 10 orang akan mengadakan rapat dan duduk mengelilingi sebuah meja, ada berapa carakah kesepuluh mahasiswa tersebut dapat diatur pada sekeliling meja tersebut?
Penyelesaian : n=10
P10 = (10-1)! = 9.8.7.6.5.4.3.2.1
= 362880 cara

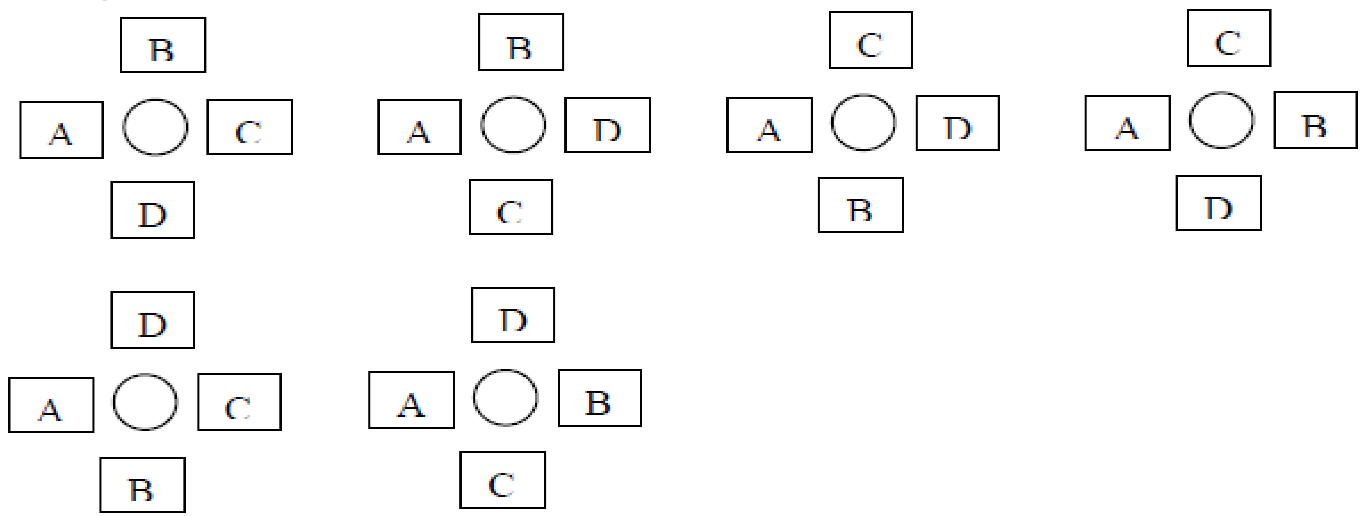
PERMUTASI

Contoh :

4 orang duduk mengelilingi meja bundar, maka susunan melingkar 4 orang tersebut adalah?

Penyelesaian :

$$P = (n-1)! = (4-1)! = 3! = 3.2.1 = 6$$



PERMUTASI

Permutasi sebanyak x dari n obyek dengan pengembalian

$$n\mathrm{P}x = n^x$$

Dirumuskan :

Contoh : 3 orang mahasiswa (ABC) dipermutasikan sebanyak 2, dengan pengembalian, maka jumlah permutasinya :

$$3P2 = 3^2 = 9$$

PERMUTASI

Permutasi dari n obyek yang tidak seluruhnya dapat dibedakan

Dirumuskan :

$$n_1, n_2, \ldots . n_k = \frac{n!}{n_1! n_2! \ldots . n_k!}$$

PERMUTASI

Contoh :

Berapakah banyaknya susunan berbeda yang dapat dibuat dari huruf-huruf “PENDIDIK”?

Penyelesaian:

Diketahui: jumlah huruf (n = 8)

Huruf yang sama “D” = $n_1 = 2$; “I” = $n_2 = 2$

Maka:

$${}_{8}P_{2.2} = \frac{8!}{2!.2!} = \frac{8.7.6.5.4.3.2.1}{2.1.2.1} = 10080 \text{ susunan}$$

PERMUTASI

Permutasi dari n obyek yang tidak seluruhnya dapat dibedakan

Contoh :

JIka diketahui dari 5 mahasiswa Jurusan Manajemen, 2 orang dari angkatan 2005, 2 orang dari angkatan 2006 dan 1 orang dari angkatan 2004, berapa permutasinya jika seluruh obyek tersebut dipermutasikan?

$$\frac{5!}{2!2!1!} = \frac{5\times 4\times 3\times 2\times 1}{(2\times 1)(2\times 1)\times 1} = 30$$

PERMUTASI

Permutasi dari n obyek yang seluruhnya tidak dapat dibedakan.

Apabila obyek tidak dapat dibedakan maka jumlah permutasinya hanya akan berjumlah 1 saja

KOMBINASI

KOMBINASI

Kombinasi merupakan cara pemilihan obyek tanpa menghiraukan urutan obyek tersebut. Kombinasi dipilih sebanyak x dari obyek sebanyak n dengan ketentuan

$0 < x < n$ dinotasikan atau ${}_nC_x = \dfrac{n!}{x!(n-x)!}$

KOMBINASI

Contoh :

Dalam sebuah sekolah telah diseleksi 5 orang siswa yang berbakat dan mahir dalam badminton. Berapa banyaknya cara pemilihan yang mungkin jika dipilih 3 orang siswa untuk mewa kili sekolah dalam turnamen badminton ?

Penyelesaian

$n = 5; x = 3$

$${}_5C_3 = \frac{5!}{(5-3)!.3!} = \frac{5.4.\cancel{3!}}{2!.\cancel{3!}} = \frac{20}{2} = 10$$

KOMBINASI

Contoh :

Dalam berapa carakah sebuah panitia yang beranggotakan 5 orang dapat dibentuk dari 6 pria dan 3 wanita jika paling sedikit panitia tersebut harus beranggotakan 3 orang pria?

KOMBINASI

Penyelesaian :

Panitia yang beranggotakan 3 Pria

3 Pria dari 6 Pria
$$6C3 = \frac{6!}{3!6-3)!} = 20$$

2 wanita dari 3 Wanita
$$3C2 = \frac{3!}{2!(3-2)!} = 3$$

Maka kombinasinya
$$= 20 \times 3 = 60$$

KOMBINASI

Panitia yang beranggotakan 4 Pria

4 Pria dari 6 Pria $$6C4 = \frac{6!}{4!(6-4)!} = 15$$

1 Wanita dari 3 Wanita $$3C1 = \frac{3!}{1!(3-1)!} = 3$$

Maka Kombinasinya = $15 \times 3 = 45$

KOMBINASI

Panitia yang beranggotakan 5 Pria

Beranggotakan 5 pria artinya tidak ada wanita (0)

$$ {}_{6}C_{5} = \frac{6!}{5!(6-5)!} = 6 $$

KOMBINASI

Maka susunan panitia yang paling sedikit beranggotakan 3 orang pria adalah sejumlah

60 + 45 + 6 =111 cara.

PERBEDAAN PERMUTASI DAN KOMBINASI

Perbedaan antara Permutasi dan Kombinasi adalah jika Permutasi maka perbedaan urutan menjadikan perbedaan makna, sementara di Kombinasi perbedaan urutan tidak akan menjadikan perbedaan makna.

Contoh: {a,b,c} pengambilan 2 unsur dari 3 unsur jika menggunakan **permutasi** maka akan diperoleh hasil ab, ba, ac, ca, bc, cb. Tetapi jika menggunakan **kombinasi** hasil yang diperoleh adalah ab, ca, bc

TERIMA KASIH