



ANOVA

Universitas Esa Unggul

ANOVA

Oleh Team Dosen
Universitas Esa Unggul

Daftar Isi

ANOVA	1
Latar Belakang	1
Pengertian ANOVA.....	2
ANOVA Satu Jalur.....	5
Langkah-langkah ANOVA Satu Jalur.....	6
Contoh Soal dan Pembahasan.....	7
ANOVA Dua Jalur	11
ANOVA Dua Jalur Tanpa Interaksi	12
ANOVA Dua Jalur Dengan Interaksi	15
Contoh Soal dan Pembahasan.....	15
Kesimpulan	18
Daftar Pustaka.....	19

Latar Belakang

Kita ketahui bahwa kumpulan hasil pengamatan mengenai sesuatu hal, skor hasil belajar siswa, berat bayi yang baru lahir misalnya, nilai datanya bervariasi dari yang satu dengan yang lain. Karena adanya variasi ini untuk sekumpulan data, telah dihitung alat ukurnya, yaitu varians. Varians bersama rata-rata juga telah banyak digunakan untuk membuat kesimpulan mengenai populasi, baik secara deskriptif maupun induktif melalui penaksiran dan pengujian hipotesis mengenai parameter.

Varians untuk sekumpulan data melukiskan derajat perbedaan atau variasi nilai data individu yang ada dalam kelompok data tersebut. Secara umum varians dapat digolongkan ke dalam varians sistematis dan varians galat. Varians sistematis adalah pengukuran karena adanya pengaruh yang menyebabkan skor atau nilai data lebih condong ke satu jalur tertentu dibandingkan ke jalur lain.

Salah satu jenis varians sistematis dalam kumpulan data hasil penelitian adalah varians antar kelompok atau disebut juga varians eksperimental. Varians ini menggambarkan adanya perbedaan antara kelompok-kelompok hasil pengukuran. Dengan demikian varians ini terjadi karena adanya perbedaan antara kelompok-kelompok individu. (Sudjana.1996.*Metoda Statistika*.Bandung:Tarsito Bandung).

Jika uji kesamaan dua rata-rata atau uji t digunakan untuk mencari perbedaan atau persamaan dua rata-rata, maka uji beberapa rata-rata digunakan untuk mencari perbedaan atau persamaan beberapa rata-rata. Uji ini disebut dengan nama **analysis of variance (ANOVA)**.

Sebenarnya uji t dapat juga digunakan untuk menguji beberapa rata-rata secara bertahap. Misalnya ada tiga rata-rata yaitu: I, II, dan III. Agar uji t dapat dipakai maka mula-mula dicari I dengan II, kemudian I dengan III, dan akhirnya II dengan III. Dengan demikian kita tiga kali menggunakan uji t. Namun, pengujian lebih tepat apabila menggunakan beberapa rata-rata. Sebab:

- a. setiap kali kita menggunakan uji t, maka akan terjadi kesalahan atau penyimpangan sebesar sebesar $(1-\alpha)^k$, di mana k = sekian kali menggunakan uji t. Seandainya kita 3x menggunakan uji t, dengan $\alpha = 0,05$, maka akan terjadi kesalahan atau penyimpangan sebesar $(1-0,05)^3 = 0,14$ atau jika $\alpha = 0,01$ akan terjadi kesalahan sebesar $(1-0,01)^3 = 0,999$;
- b. banyak uji t digunakan dengan rumus:

$$\frac{n(n-1)}{2}$$

Seandainya ada empat rata-rata ($n = 4$), maka banyak uji t dilakukan adalah:

$$\frac{4(4-1)}{2} = 6$$

Sebelum uji kesamaan beberapa rata-rata dilakukan, maka persyaratannya haruslah dipenuhi terlebih dahulu. Persyaratan uji beberapa rata-rata sama halnya dengan uji kesamaan dua rata-rata yaitu data dipilih secara acak, data berdistribusi normal, dan datanya homogen. (Usman, Husaini.2006. *Pengantar Statistika*. Jakarta:PT Bumi Aksara).

Pengertian ANOVA

Analisis of Varians (ANOVA) adalah teknik analisis statistik yang dikembangkan dan diperkenalkan pertama kali oleh Sir R. A Fisher (Kennedy & Bush, 1985). ANOVA dapat juga dipahami sebagai perluasan dari uji-t sehingga penggunaannya tidak terbatas pada pengujian perbedaan dua buah rata-rata populasi, namun dapat juga untuk menguji perbedaan tiga buah rata-rata populasi atau lebih sekaligus.

Jika kita menguji hipotesis nol bahwa rata-rata dua buah kelompok tidak berbeda, teknik ANOVA dan uji-t (uji dua pihak) akan menghasilkan kesimpulan yang sama; keduanya akan menolak atau menerima hipotesis nol. Dalam hal ini, statistik F pada derajat kebebasan 1 dan n-k akan sama dengan kuadrat dari statistik t.

ANOVA digunakan untuk menguji perbedaan antara sejumlah rata-rata populasi dengan cara membandingkan variansinya. Pembilang pada rumus variansi tidak lain adalah jumlah kuadrat skor simpangan dari rata-ratanya, yang secara sederhana dapat ditulis sebagai $\sum(X_i - \mu)^2$. Istilah jumlah kuadrat skor simpangan sering disebut jumlah kuadrat (sum of squares). Jika jumlah kuadrat tersebut dibagi dengan n atau n-1 maka akan diperoleh rata-rata kuadrat yang tidak lain dari variansi suatu distribusi. Rumus untuk menentukan varians sampel yaitu,

$$S^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (Y_i - \bar{Y})^2}{n - 1}$$

Seandainya kita mempunyai suatu populasi yang memiliki variansi σ^2 dan rata-rata μ . Dari populasi tersebut misalkan diambil tiga buah sampel secara independent, masing-masing dengan n1, n2, dan n3. Dari setiap sampel tersebut dapat ditentukan rata-rata dan variansinya, sehingga akan diperoleh tiga buah rata-rata dan variansi sampel yang masing-masing merupakan statistik (penaksir) yang tidak bias bagi parameterinya. Dikatakan demikian karena, dalam jumlah sampel yang tak hingga, rata-rata dari rata-rata sampel akan sama dengan rata-rata populasi (μ) dan rata-rata dari variansi sampel juga akan sama dengan variansi populasi (σ^2).

Ada dua hal yang perlu diperhatikan, yaitu:

1. Kita memiliki 3 buah variansi sampel (S_i^2) yang masing-masing merupakan penaksir yang tidak bias bagi variansi populasinya. Jika $n_1=n_2=n_3=\dots=n_k$, maka seluruh variansi sampel tersebut dapat dijumlahkan dan kemudian dibagi dengan banyaknya sampel (k) sehingga akan diperoleh rata-rata variansi sampel yang dalam jangka panjang akan sama dengan variansi populasi. Dalam bahasa ANOVA, rata-rata variansi sampel ini dikenal dengan rata-rata jumlah kuadrat dalam kelompok (RJKD) atau mean of squares within groups (MS_w).
2. Kita memiliki 3 buah rata-rata sampel yang dapat digunakan untuk menentukan rata-rata dari rata-rata sampel. Simpangan baku distribusi rata-rata sampel ($S_{\bar{Y}}$) atau galat baku rata-rata adalah simpangan baku distribusi skor dibagi dengan akar pangkat dua dari besarnya sampel.

$$S_{\bar{Y}} = \frac{S_Y}{\sqrt{n}}$$

Sejalan dengan itu, sampel variansi distribusi rata-rata $S_{\bar{Y}}^2$ dapat ditulis sebagai berikut.

$$S_{\bar{Y}}^2 = \frac{S^2}{n}$$

Dengan demikian, S^2 sebagai penaksir yang tidak bias bagi variansi populasi akan ekuivalen dengan variansi distribusi rata-rata dikalikan dengan besarnya sampel (n) yang secara aljabar dapat ditulis sebagai berikut.

$$nS_{\bar{Y}}^2 = S^2$$

Dalam konteks ANOVA, $nS_{\bar{y}}^2$ dikenal dengan sebutan rata-rata jumlah kuadrat antar kelompok (RJKA) atau mean of squares between groups (MS_B).

Jika seluruh sampel diambil secara acak dari populasi yang sama, maka

$MS_B = MS_W$ atau $RJKA = RJKD$,

Sehingga,

$$F = MS_B / MS_W = \frac{\sigma^2}{\sigma^2} = 1$$

ANOVA digunakan untuk menguji hipotesis nol tentang perbedaan dua buah rata-rata atau lebih. Secara formal, hipotesis tersebut dapat ditulis sebagai berikut.

$$H_0: \mu_1 = \mu_2 = \mu_3 = \dots = \mu_k$$

H_1 : *Paling tidak salah satu tanda sama dengan (=) tidak berlaku*

Hipotesis nol di atas mengatakan bahwa rata-rata populasi pertama sama dengan rata-rata populasi ke dua dan seterusnya yang berarti bahwa seluruh sampel diambil dari populasi yang sama. Jika demikian maka, rata-ratanya akan mirip satu sama lain. Dalam menguji hipotesis nol tersebut, ANOVA melakukan perbandingan antara variansi antar kelompok (MS_B) dengan variansi dalam kelompok (MS_W). Jika ternyata kedua variansi itu sama ($F=1$) maka berarti seluruh sampel yang dianalisis berasal dari populasi yang sama, dan kita tidak memiliki dasar untuk menolak hipotesis nol. Namun, jika ada salah satu nilai rata-rata yang jauh berbeda dengan nilai rata-rata lainnya maka berarti sampel tersebut berasal dari populasi yang berbeda.

Seluruh subjek yang berada dalam satu kelompok memiliki karakteristik yang sama pada peubah bebas yang tengah dikaji. Dalam bahasa eksperimen, mereka seluruhnya menerima perlakuan yang sama, sehingga keragaman mereka pada peubah terikat dipandang sebagai keragaman galat dan tidak berkaitan dengan perbedaan jenis perlakuan atau peubah bebas.

Perbedaan rata-rata antar kelompok terdiri atas dua unsur yaitu keragaman galat dan keragaman yang berkaitan perbedaan pada peubah bebas. Oleh karena keragaman di dalam kelompok (MS_W) merupakan penaksir yang tidak bias atas variansi populasi dan keragaman antara kelompok (MS_B) terdiri atas MS_W dan keragaman yang berkaitan dengan perlakuan, maka hubungan antara keduanya dapat dituliskan sebagai berikut:

$$MS_W = \sigma^2$$
$$MS_B = \sigma^2 + \text{dampak perlakuan}$$

Dengan demikian, F dapat juga dituliskan:

$$F = MS_B / MS_W$$
$$F = (\sigma^2 + \text{dampak perlakuan}) / \sigma^2$$

Jika dampak perlakuan sama dengan nol, maka

$$F = \frac{\sigma^2}{\sigma^2} = 1$$

Persoalan kita sekarang adalah bagaimana membedakan pengaruh yang sistematis dari pengaruh yang tidak sistematis (acak). ANOVA dan statistika inferensial pada umumnya mendekati persoalan ini dengan menggunakan teori peluang. Statistika inferensial bertugas untuk menjawab suatu pertanyaan yang dapat dirumuskan sebagai berikut: "jika hipotesis nol ternyata benar berapakah peluang memperoleh harga statistik tertentu?"

Misalkan dalam ANOVA, kita memperoleh $F=3,96$. Pertanyaan yang harus dijawab adalah “berapa besar peluang memperoleh $F=3,96$ jika ternyata hipotesis nol itu benar?” Paket analisis statistik pada komputer umumnya memberikan jawaban terhadap pertanyaan tersebut secara langsung dalam bentuk $p= 0,25, 0,01, 0,001$ dan sebagainya. namun jika dilakukan secara manual maka harga F_{hitung} harus dibandingkan dengan nilai kritis yang sudah disediakan dalam bentuk F_{tabel} pada derajat kebebasan dan tingkat keyakinan.

Nilai p yang lebih kecil dari nilai yang ditentukan menunjukkan penolakan terhadap H_0 . Kesimpulan yang sama diperoleh jika ternyata $F_{hitung} > F_{tabel}$. Menolak hipotesis nol berarti menyimpulkan bahwa perbedaan antara MS_B dengan MS_W berkaitan dengan pengaruh yang sistematis dari faktor atau peubah bebas yang diteliti. (Furqon. 2009. *Statistika Terapan untuk Penelitian*. Cetakan ketujuh. ALFABETA: Bandung).

ANOVA Satu Jalur

Dinamakan analisis varians satu jalur, karena analisisnya menggunakan varians dan data hasil pengamatan merupakan pengaruh satu faktor. Dari tiap populasi secara independen kita ambil sebuah sampel acak, berukuran n_1 dari populasi kesatu, n_2 dari populasi kedua dan seterusnya berukuran n_k dari populasi ke k. Data sampel akan dinyatakan dengan Y_{ij} yang berarti data ke-j dalam sampel yang diambil dari populasi ke-i. (Sudjana.1996. *Metoda Statistika*. Bandung: Tarsito Bandung).

ANOVA satu jalur yaitu analisis yang melibatkan hanya satu peubah bebas. Secara rinci, ANOVA satu jalur digunakan dalam suatu penelitian yang memiliki ciri-ciri berikut:

1. Melibatkan hanya satu peubah bebas dengan dua kategori atau lebih yang dipilih dan ditentukan oleh peneliti secara tidak acak. Kategori yang dipilih disebut tidak acak karena peneliti tidak bermaksud menggeneralisasikan hasilnya ke kategori lain di luar yang diteliti pada peubah itu. Sebagai contoh, peubah jenis kelamin hanya terdiri atas dua ketgori (pria-wanita), atau peneliti hendak membandingkan keberhasilan antara Metode A, B, dan C dalam meningkatkan semangat belajar tanpa bermaksud menggeneralisasikan ke metode lain di luar ketiga metode tersebut.
2. Perbedaan antara kategori atau tingkatan pada peubah bebas dapat bersifat kualitatif atau kuantitatif.
3. Setiap subjek merupakan anggota dari hanya satu kelompok pada peubah bebas, dan dipilih secara acak dari populasi tertentu. (Furqon. 2009. *Statistika Terapan untuk Penelitian*. Cetakan ketujuh. ALFABETA: Bandung)

Tujuan dari uji ANOVA satu jalur adalah untuk membandingkan lebih dari dua rata-rata. Sedangkan gunanya untuk menguji kemampuan generalisasi. Maksudnya dari signifikansi hasil penelitian. Jika terbukti berbeda berarti kedua sampel tersebut dapat digeneralisasikan (data sampel dianggap dapat mewakili populasi). ANOVA satu jalur dapat melihat perbandingan lebih dari dua kelompok data. (Riduwan. 2008. *Dasar-dasar Statistika*. Bandung: Alfabeta).

ANOVA pengembangan atau penjabaran lebih lanjut dari uji-t (t_{hitung}). Uji-t atau uji-z hanya dapat melihat perbandingan dua kelompok data saja. Sedangkan ANOVA satu jalur lebih dari dua kelompok data. Contoh: Perbedaan prestasi belajar statistika antara mahasiswa tugas belajar (X_1), izin belajar (X_2) dan umum (X_3).

ANOVA lebih dikenal dengan uji-F (*Fisher Test*), sedangkan arti variasi atau varian itu asalnya dari pengertian konsep “*Mean Square*” atau kuadrat rerata (KR).

Rumusnya:

$$KR = \frac{JK}{db}$$

Dimana: JK = jumlah kuadrat (*some of square*)
 db = derajat bebas (*degree of freedom*)

Menghitung nilai ANOVA atau F (F_{hitung}) dengan rumus:

$$F_{hitung} = \frac{V_A}{V_D} = \frac{KR_A}{KR_D} = \frac{JK_A : db_A}{JK_D : db_D} = \frac{\text{varian antar group}}{\text{varian antar group}}$$

Varian dalam group dapat juga disebut Varian Kesalahan (Varian Galat). Dapat dirumuskan:

$$JK_A = \sum \frac{(\sum X_{Ai})^2}{n_{Ai}} - \frac{(\sum X_{\tau})^2}{N} \text{ untuk } db_A = A - 1$$
$$JK_D = (\sum X_{\tau})^2 - \sum \frac{(\sum X_{Ai})^2}{n_{Ai}} \text{ untuk } db_D = N - A$$

Dimana

$$\frac{(\sum X_{\tau})^2}{N} = \text{sebagai faktor koreksi}$$

N = Jumlah keseluruhan sampel (jumlah kasus dalam penelitian).

A = Jumlah keseluruhan group sampel.

Langkah-langkah ANOVA Satu Jalur

Prosedur Uji ANOVA Satu Jalur:

- 1) Sebelum ANOVA dihitung, asumsikan bahwa data dipilih secara random, berdistribusi normal, dan variannya homogen.
- 2) Buatlah hipotesis (H_a dan H_0) dalam bentuk kalimat.
- 3) Buatlah hipotesis (H_a dan H_0) dalam bentuk statistik.
- 4) Buatlah daftar statistik induk.

- 5) Hitunglah jumlah kuadrat antar group (JK_A) dengan rumus :

$$JK_A = \sum \frac{(\sum X_{Ai})^2}{n_{Ai}} - \frac{(\sum X_{\tau})^2}{N} = \left(\frac{(\sum X_{A1})^2}{n_{A1}} + \frac{(\sum X_{A2})^2}{n_{A2}} + \frac{(\sum X_{A3})^2}{n_{A3}} \right) - \frac{(\sum X_{\tau})^2}{N}$$

- 6) Hitunglah derajat bebas antar group dengan rumus: $db_A = A - 1$

- 7) Hitunglah kudrat rerata antar group (KR_A) dengan rumus : $KR_A = \frac{JK_A}{db_A}$

- 8) Hitunglah jumlah kuadrat dalam antar group (JK_D) dengan rumus :

$$JK_D = (\sum X_{\tau})^2 - \sum \frac{(\sum X_{Ai})^2}{n_{Ai}} \\ = \sum X^2_{A1} + \sum X^2_{A2} + \sum X^2_{A3} - \left(\frac{(\sum X_{A1})^2}{n_{A1}} + \frac{(\sum X_{A2})^2}{n_{A2}} + \frac{(\sum X_{A3})^2}{n_{A3}} \right)$$

- 9) Hitunglah derajat bebas dalam group dengan rumus : $db_D = N - A$

- 10) Hitunglah kuadrat rerata dalam antar group (KR_D) dengan rumus : $KR_D = \frac{JK_D}{db_D}$

- 11) Carilah F_{hitung} dengan rumus : $F_{hitung} = \frac{KR_A}{KR_D}$

- 12) Tentukan taraf signifikansinya, misalnya $\alpha = 0,05$ atau $\alpha = 0,01$

- 13) Cari F_{tabel} dengan rumus : $F_{tabel} = F_{(1-\alpha)(db_A, db_D)}$

- 14) Buat Tabel Ringkasan ANOVA

TABEL RINGKASAN ANOVA SATU JALUR

Sumber Varian (SV)	Jumlah Kuadrat (JK)	Derajat bebas (db)	Kuadrat Rerata (KR)	F_{hitung}	Taraf Signifikan (ρ)
Antar group (A)	$\sum \frac{(\sum X_{Ai})^2}{n_{Ai}} - \frac{(\sum X_{\tau})^2}{N}$	$A - 1$	$\frac{JK_A}{db_A}$	$\frac{KR_A}{KR_D}$	α
Dalam group (D)	$(\sum X_{\tau})^2 - \sum \frac{(\sum X_{Ai})^2}{n_{Ai}}$	$N - A$	$\frac{JK_D}{db_D}$	-	-
Total	$(\sum X_{\tau})^2 - \frac{(\sum X_{\tau})^2}{N}$	$N - 1$	-	-	-

- 15) Tentukan kriteria pengujian : jika $F_{hitung} \geq F_{tabel}$, maka tolak H_0 berarti signifikan dan konsultasikan antara F_{hitung} dengan F_{tabel} kemudian bandingkan

- 16) Buat kesimpulan.

Contoh Soal dan Pembahasan

Contoh 1

Seorang ingin mengetahui perbedaan prestasi belajar untuk mata kuliah dasar-dasar statistika antara mahasiswa tugas belajar, izin belajar dan umum.

Data diambil dari nilai UTS sebagai berikut:

Tugas belajar (A_1)	= 6 8 5 7 7 6 6 8 7 6 7	= 11 orang
Izin belajar (A_2)	= 5 6 6 7 5 5 5 6 5 6 8 7	= 12 orang
Umum (A_3)	= 6 9 8 7 8 9 6 6 9 8 6 8	= 12 orang

Buktikan apakah ada perbedaan atau tidak?

Langkah-langkah menjawab:

1. Diasumsikan bahwa data dipilih secara random, berdistribusi normal, dan variannya homogen.
2. Hipotesis (H_a dan H_0) dalam bentuk kalimat.
 H_a = Terdapat perbedaan yang signifikan antara mahasiswa tugas belajar, izin belajar dan umum.
 H_0 = Tidak ada perbedaan yang signifikan antara mahasiswa tugas belajar, izin belajar dan umum.
3. Hipotesis (H_a dan H_0) dalam bentuk statistic
 $H_0: A_1 = A_2 = A_3$ $H_a: A_1 \neq A_2 = A_3$
4. Daftar statistik induk

NILAI UTS			
NO	A_1	A_2	A_3
1	6	5	6
2	8	6	9
3	5	6	8
4	7	7	7
5	7	5	8
6	6	5	9
7	6	5	6
8	8	6	6
9	7	5	9
10	6	6	8
11	7	8	6
12	-	7	8

STATISTIK				TOTAL
n	11	12	12	N=35
$\sum x$	73	71	90	234
$\sum x^2$	943	431	692	1616
\bar{X}	6,64	5,92	7,5	6,69
$(\sum x)^2/nA$	484,45	420,08	675	1564,46
Varians (S^2)	0,85	0,99	1,55	1,33

5. Menghitung jumlah kuadrat antar group (JK_A) dengan rumus :

$$JK_A = \sum \frac{(\sum x_{Ai})^2}{n_{Ai}} - \frac{(\sum x_T)^2}{N}$$

$$= \left(\frac{(73)^2}{11} + \frac{(71)^2}{11} + \frac{(90)^2}{12} \right) - \frac{(234)^2}{35} = 1579,53 - 1564,46 = 15,07$$

6. Hitunglah derajat bebas antar group dengan rumus:

$$db_A = A - 1 = 3 - 1 = 2 \quad A = \text{jumlah group A}$$

7. Hitunglah kudrat rerata antar group (KR_A) dengan rumus:

$$KR_A = \frac{JK_A}{db_A} = \frac{15,07}{2} = 7,54$$

8. Hitunglah jumlah kuadrat dalam antar group (JK_D) dengan rumus:

$$JK_D = (\sum X_{\tau})^2 - \sum \frac{(\sum X_{Ai})^2}{n_{Ai}} = (493 + 431 + 692) - \left(\frac{(73)^2}{11} + \frac{(71)^2}{11} + \frac{(90)^2}{12} \right) \\ = 1616 - 1579,53 = 36,47$$

9. Hitunglah derajat bebas dalam group dengan rumus:

$$db_D = N - A = 35 - 3 = 32$$

10. Hitunglah kudrat rerata dalam antar group (KR_D) dengan rumus:

$$KR_D = \frac{JK_D}{db_D} = \frac{36,47}{32} = 1,14$$

11. Carilah F_{hitung} dengan rumus:

$$F_{hitung} = \frac{KR_A}{KR_D} = \frac{7,54}{1,14} = 6,61$$

12. Tentukan taraf signifikansinya, misalnya $\alpha = 0,05$

13. Cari F_{tabel} dengan rumus :

$$F_{tabel} = F_{(1-\alpha)(db_A, db_D)}$$

$$F_{tabel} = F_{(1-0,05)(2,32)}$$

$$F_{tabel} = F_{(0,95)(2,32)}$$

$$F_{tabel} = 3,30$$

Cara mencari:

Nilai $F_{tabel} = 3,30$ dan arti angka $F_{tabel} = F_{(0,95)(2,32)}$

0,95 = Taraf kepercayaan 95% atau taraf signifikan 5%.

Angka 2 = pembilang atau hasil dari db_A

Angka 32 = penyebut atau hasil dari db_D

Apabila angka 2 dicari ke kanan dan angka 32 ke bawah maka akan bertemu dengan nilai $F_{tabel} = 3,30$.

Untuk taraf signifikansi 5% dipilih pada bagian atas dan 1% dipilih pada bagian bawah.

14. Buat Tabel Ringkasan ANOVA

TABEL RINGKASAN ANOVA SATU JALUR

Sumber Varian (SV)	Jumlah Kuadrat (JK)	Derajat bebas (db)	Kuadrat Rerata (KR)	F_{hitung}	Taraf Signifikan (ρ)
Antar group (A)	15,07	2	7,54	6,61	$< 0,05$ $F_{tabel} = 3,30$
Dalam group (D)	36,47	32	1,14	-	-
Total	51,54	54	-	-	-

15. Tentukan kriteria pengujian : jika $F_{hitung} \geq F_{tabel}$, maka tolak H_0 berarti signifikan. Setelah konsultasikan dengan tabel F kemudian bandingkan antara F_{hitung} dengan F_{tabel} , ternyata : $F_{hitung} > F_{tabel}$ atau $6,61 > 3,30$ maka tolak H_0 berarti signifikan.

16. Kesimpulan

H_0 ditolak dan H_a diterima. Jadi, terdapat perbedaan yang signifikan antara mahasiswa tugas belajar, izin belajar dan umum.

Contoh 2

Sebuah penelitian dilakukan untuk mengetahui apakah ada pengaruh perbedaan metode belajar pada tingkat prestasi siswa. Ada tiga metode belajar yang akan diuji. Diambil sampel masing-masing 5 guru untuk mengerjakan pekerjaannya, lalu dicatat waktu yang digunakan (menit) sebagai berikut:

Metode 1 (menit)	Metode 2 (menit)	Metode 3 (menit)
21	17	31
27	25	28
29	20	22
23	15	30
25	23	24

Ujilah dengan $\alpha = 0,05$ apakah ada pengaruh perbedaan metode belajar pada waktu yang digunakan?

Penyelesaian:

Metode 1 (menit)	Metode 2 (menit)	Metode 3 (menit)
21	17	31
27	25	28
29	20	22
23	15	30
25	23	24
$T_1 = 125$	$T_2 = 100$	$T_3 = 135$

Dari tabel di atas bisa dihitung Total keseluruhan nilai = 360

$$JKK = \frac{125^2}{5} + \frac{100^2}{5} + \frac{135^2}{5} - \frac{360^2}{15} = 130$$

$$JKT = 21^2 + 27^2 + \dots + 24^2 - \frac{360^2}{15} = 298$$

$$JKS = 298 - 130 = 168$$

Tabel ANOVA

Sumber Keragaman	Derajat Bebas	Jumlah Kuadrat	Varian (Ragam)	F _{hitung}	F _{tabel}
AntarKolom	2	130	65	4,64	F(2, 12) = 3,89
Sisaan	12	168	14		
	14	298			

Pengujian Hipotesis

$$H_0 = \mu_1 = \mu_2 = \dots = \mu_k$$

H_a : Tidak semuanya sama (setidaknya ada $\mu_i \neq \mu_j$ untuk $i \neq j$)

Statistik Uji = F_{hitung} = 4,64

Karena F_{hitung} > F_{tabel} maka tolak H₀

Kesimpulan: Ada pengaruh perbedaan metode kerja pada waktu yang digunakan.

ANOVA Dua Jalur

ANOVA dua jalur yaitu pengujian ANOVA yang didasarkan pada pengamatan 2 kriteria. Setiap kriteria dalam pengujian ANOVA mempunyai level. Tujuan dan pengujian ANOVA dua jalur ini adalah untuk mengetahui apakah ada pengaruh dan berbagai kriteria yang diuji terhadap hasil yang diinginkan. Misal, seorang guru menguji apakah ada pengaruh antara jenis media belajar yang digunakan pada tingkat penguasaan siswa terhadap materi. (Hasan, Iqbal. 2010. *Pokok-Pokok Materi Statistik 2 (Statistik Inferensial)*. Jakarta: Bumi Aksara).

Tujuan dari pengujian ANOVA dua jalur adalah untuk mengetahui apakah ada pengaruh dari berbagai kriteria yang diuji terhadap hasil yang diinginkan. (Furqon. 2009. *Statistika Terapan untuk Penelitian*. Cetakan ketujuh. ALFABETA: Bandung).

Dengan menggunakan teknik ANOVA dua jalur ini kita dapat membandingkan beberapa rata-rata yang berasal dari beberapa kategori atau kelompok untuk satu variable perlakuan. Bagaimanapun, keuntungan teknik analisis varian ini adalah memungkinkan untuk memperluas analisis pada situasi dimana hal-hal yang sedang diukur dipengaruhi oleh dua atau lebih variable. (Hasan, Iqbal. 2003. *Pokok-Pokok Materi Statistik 2 (Statistik Inferensial)*. Jakarta: Bumi Aksara).

ANOVA dua jalur ini digunakan bila sumber keragaman yang terjadi tidak hanya karena satu faktor (perlakuan). Faktor lain yang mungkin menjadi sumber keragaman respon juga harus diperhatikan. Faktor lain ini bisa berupa perlakuan lain yang sudah terkondisikan. Pertimbangan memasukkan faktor kedua sebagai sumber keragaman ini perlu bila faktor itu dikelompokkan, sehingga keragaman antar kelompok sangat besar, tetapi kecil dalam kelompoknya sendiri. Pengujian ANOVA dua jalur mempunyai beberapa asumsi diantaranya:

1. Populasi yang diuji berdistribusi normal,
2. Varians atau ragam dan populasi yang diuji sama,
3. Sampel tidak berhubungan satu dengan yang lain.

(Hasan, Iqbal. 2003. *Pokok-Pokok Materi Statistik 2 (Statistik Inferensial)*. Jakarta: Bumi Aksara)

ANOVA Dua Jalur Tanpa Interaksi

Menurut M. Iqbal Hasan (2003), pengujian klasifikasi dua jalur tanpa interaksi merupakan pengujian hipotesis beda tiga rata-rata atau lebih dengan dua faktor yang berpengaruh dan interaksi antara kedua faktor tersebut ditiadakan. Tujuan dari pengujian ANOVA dua jalur adalah untuk mengetahui apakah ada pengaruh dan berbagai kriteria yang diuji terhadap hasil yang diinginkan.

Sumber Varians	Jumlah kuadrat	Derajat bebas	Rata-rata kuadrat	f_0
Rata-Rata Baris	JKB	$b - 1$	$S_1^2 = \frac{JKB}{db}$	$f_1 = \frac{S_1^2}{S_3^2}$
Rata-Rata Kolom	JKK	$k - 1$	$S_2^2 = \frac{JKK}{db}$	
Error	JKE	$(k - 1)(b - 1)$	$S_3^2 = \frac{JKE}{db}$	$f_2 = \frac{S_2^2}{S_3^2}$
Total	JKT	$kb - 1$		

Baris: $V_1 = b - 1$ dan $V_2 = (k - 1)(b - 1)$

Kolom: $V_1 = k - 1$ dan $V_2 = (k - 1)(b - 1)$

Jumlah Kuadrat Total

$$(JKT) = \sum_{i=1}^b \sum_{j=1}^k T_{ij}^2 - \frac{T^2}{kb}$$

Jumlah Kuadrat Baris

$$(JKB) = \frac{\sum_{i=1}^b T_i^2}{k} - \frac{T^2}{kb}$$

Jumlah Kuadrat Kolom

$$(JKK) = \frac{\sum_{j=1}^k T_j^2}{b} - \frac{T^2}{kb}$$

Jumlah Kuadrat Error

$$(JKE) = JKT - JKB - JKK$$

Keterangan: T = total

Contoh Soal:

Berikut ini adalah hasil perhektar dari 4 jenis padi dengan penggunaan pupuk yang berbeda.

	V_1	V_2	V_3	V_4	T
P_1	4	6	7	8	25
P_2	9	8	10	7	34
P_3	6	7	6	5	24
	19	21	23	20	83

Dengan taraf nyata 5%, ujilah apakah rata-rata hasil perhektar sama untuk:

- Jenis pupuk (pada baris),
- Jenis tanaman (pada kolom).

Jawab:

1. Hipotesis

- a. $H_0 = a_1 = a_2 = a_3$
 $H_1 = \text{sekurang - kurangnya ada satu } a_i \neq 0$
- b. $H_0 = \beta_1 = \beta_2 = \beta_3 = 0$
 $H_1 = \text{sekurang - kurangnya ada satu } \beta_j \neq 0$

2. Taraf nyata (α) = 5% = 0,05 (nilai f_{tab}):

a. Untuk baris

$$V_1 = b - 1 = 3 - 1 = 2$$

$$V_2 = (k - 1)(b - 1) = (3 - 1)(4 - 1) = 6$$

$$f_{\alpha(V_1; V_2)} = f_{0,05(2;6)} = 5,14$$

b. Untuk kolom

$$V_1 = b - 1 = 4 - 1 = 3$$

$$V_2 = (k - 1)(b - 1) = (3 - 1)(4 - 1) = 6$$

$$f_{\alpha(V_1; V_2)} = f_{0,05(3;6)} = 4,76$$

3. Kreteria pengujian

- a. H_0 diterima apabila $f_0 \leq 5,14$
 H_0 ditolak apabila $f_0 > 5,14$
- b. H_0 diterima apabila $f_0 \leq 4,76$
 H_0 ditolak apabila $f_0 > 4,76$

4. Perhitungan

$$(JKT) = \sum_{i=1}^b \sum_{j=1}^k T_{ij}^2 - \frac{T^2}{kb}$$

$$= 4^2 + 9^2 + \dots + 5^2 - \frac{83^2}{4(3)}$$

$$= 605 - 574,08$$

$$= 30,92$$

$$(JKB) = \frac{\sum_{i=1}^b T_i^2}{k} - \frac{T^2}{kb}$$

$$= \frac{25^2 + 34^2 + 24^2}{4} - \frac{83^2}{4(3)}$$

$$= \frac{2357}{4} - \frac{6889}{12}$$

$$= 589,25 - 574,08$$

$$= 15,17$$

$$(JKK) = \frac{\sum_{j=1}^k T_j^2}{k} - \frac{T^2}{kb}$$

$$= \frac{19^2 + 21^2 + 23^2 + 20^2}{3} - \frac{83^2}{4(3)}$$

$$= \frac{1731}{3} - \frac{6889}{12}$$

$$= 577 - 574,08$$

$$= 2,92$$

$$(JKE) = JKT - JKB - JKK$$

$$= 30,92 - 15,17 - 2,92 = 12,83$$

$$S_1^2 = \frac{JKB}{db} = \frac{15,17}{3-1} = \frac{15,17}{2} = 7,585 = 7,59$$

$$S_2^2 = \frac{JKK}{db} = \frac{2,92}{4-1} = \frac{2,92}{3} = 0,97$$

$$S_3^2 = \frac{JKE}{db} = \frac{JKE}{(k-1)(b-1)} = \frac{12,83}{3(2)} = \frac{12,83}{6} = 2,14$$

$$f_1 = \frac{S_1^2}{S_3^2} = \frac{7,59}{2,14} = 3,55$$

$$f_2 = \frac{S_2^2}{S_3^2} = \frac{0,97}{2,14} = 0,45$$

5. Kesimpulan

- a. Karena $f_0 = 3,55 < f_{0,05(2;6)} = 5,14$. Maka H_0 diterima. Jadi, rata-rata hasil perhektar sama untuk pemberian ketiga jenis pupuk tersebut.
- b. Karena $f_0 = 0,45 < f_{0,05(3;6)} = 4,76$. Maka H_0 diterima. Jadi, rata-rata hasil perhektar sama untuk penggunaan ke-4 varietas tanaman tersebut.

ANOVA Dua Jalur Dengan Interaksi

Pengujian klasifikasi dua jalur dengan interaksi merupakan pengujian beda tiga rata-rata atau lebih dengan dua faktor yang berpengaruh dan pengaruh interaksi antara kedua faktor tersebut diperhitungkan. (Hasan, Iqbal. 2006. *Analisis Data Penelitian dengan Statistik*. Jakarta: Bumi Aksara).

Sumber Varians	Jumlah Kuadrat	Derajat Bebas	Rata-rata Kuadrat	f_0
Rata-rata baris	JKB	b-1	$S_1^2 = \frac{JKB}{db}$	
Rata-rata kolom	JKK	k-1	$S_2^2 = \frac{JKK}{db}$	$f_1 = \frac{S_1^2}{S_4^2}$
Interaksi	JK (BK)	(k-1)(b-1)	$S_3^2 = \frac{JK(BK)}{db}$	$f_1 = \frac{S_2^2}{S_4^2}$
Error	JKE	bk (n-1)	$S_4^2 = \frac{JKE}{db}$	$f_1 = \frac{S_3^2}{S_4^2}$
Total	JKT	n-1		

Jumlah Kuadrat Total

$$JKT = \sum_{i=1}^b \sum_{j=1}^k \sum_{k=1}^n X_{ijk}^2 - \frac{T^2}{bkn}$$

Jumlah Kuadrat Baris

$$JKB = \frac{\sum_{i=1}^b T_i^2}{kn} - \frac{T^2}{bkn}$$

Jumlah Kuadrat kolom

$$JKK = \frac{\sum_{j=1}^k T_j^2}{bn} - \frac{T^2}{bkn}$$

Jumlah kuadrat bagi interaksi Baris Kolom

$$JK(BK) = \frac{\sum_{i=1}^b \sum_{j=1}^k T_{ij}^2}{n} - \frac{\sum_{i=1}^b T_i^2}{kn} - \frac{\sum_{j=1}^k T_j^2}{bn} + \frac{T^2}{bkn}$$

Jumlah Kuadrat Error

$$JKE = JKT - JKB - JKK - JK(BK)$$

Keterangan: T = total

Contoh Soal dan Pembahasan

Tingkat aktivitas	Ekonomi Tingkat Keluarga			TOTAL
Ekstrakurikuler	V ₁	V ₂	V ₃	
t ₁	64	72	74	607
	66	81	51	

	70	64	65	
t ₂	65	57	47	510
	63	43	58	
	58	52	67	
t ₃	59	66	58	527
	68	71	39	
	65	59	42	
t ₄	58	57	53	466
	41	61	59	
	46	53	38	
Total	723	736	651	2110

Nb: untuk mempermudah dalam penyelesaian, masing-masing dijumlahkan terlebih dahulu, b = 4, k = 3, n = 3

Jawab:

1. Hipotesis

$$f_1: H'_0 = \alpha_1 = \alpha_2 = \alpha_3 = \alpha_4 = 0$$

$H'_1 =$ sekurang – kurangnya ada satu $\alpha_i \neq 0$

$$f_2: H''_0 = \beta_1 = \beta_2 = \beta_3 = \beta_4 = 0$$

$H''_1 =$ sekurang – kurangnya ada satu $\beta_j \neq 0$

$$f_3: H'''_0 = (\alpha\beta)_{11} = (\alpha\beta)_{12} = (\alpha\beta)_{13} = \dots = (\alpha\beta)_{43} = 0$$

$H'''_1 =$ sekurang – kurangnya ada satu $(\alpha\beta)_{ij} \neq 0$

2. Taraf nyata 5% = 0,05

$$f_1 > f_{\alpha(b-1;bk(n-1))}$$

$$f_1 > f_{0,05(4-1;4(3)2)}$$

$$f_1 > f_{0,05(3;24)}$$

$$f_1 > 3,01 \rightarrow H'_0 \text{ ditolak}$$

$$f_2 > f_{\alpha(k-1;bk(n-1))}$$

$$f_2 > f_{0,05(3-1;4(3)2)}$$

$$f_2 > f_{0,05(2;24)}$$

$$f_2 > 3,40 \rightarrow H''_0 \text{ ditolak}$$

$$f_3 > f_{\alpha((b-1)(k-1);bk(n-1))}$$

$$f_3 > f_{0,05((4-1)(3-1);4(3)2)}$$

$$f_3 > f_{0,05(6;24)}$$

$$f_3 > 2,51 \rightarrow H'''_0 \text{ ditolak}$$

3. Perhitungan

JKT=

$$\frac{\sum_{i=1}^b \sum_{j=1}^k \sum_{k=1}^n X_{ijk}^2 - T^2}{bkn} =$$

$$64^2 +$$

$$66^2 +$$

$$\dots +$$

$$38^2 -$$

$$\frac{2110^2}{36} 127448 -$$

$$\frac{4452100}{36} =$$

$$127448 -$$

$$123669 =$$

$$3779$$

$$JKB = \frac{\sum_{i=1}^b T_i^2}{kn} - \frac{T^2}{bkn} = \frac{607^2 + 510^2 + 527^2 + 466^2}{9} - \frac{2110^2}{36} = 1157$$

$$JKK = \frac{\sum_{j=1}^b T_j^2}{bn} - \frac{T^2}{bkn} = \frac{723^2 + 736^2 + 651^2}{12} - \frac{2110^2}{36} = 350$$

$$JK(BK) = \frac{\sum_{i=1}^b \sum_{j=1}^k T_{ij}^2}{n} - \frac{\sum_{i=1}^b T_i^2}{kn} - \frac{\sum_{j=1}^k T_j^2}{bn} + \frac{T^2}{bkn}$$

$$= \frac{200^2 + \dots + 150^2}{9} - \frac{607^2 + \dots + 466^2}{9} -$$

$$\frac{723^2 + \dots + 651^2}{12} + \frac{2110^2}{36}$$

$$= 771$$

$$JKE = JKT - JKB - JKK - JK(BK) = 3779 - 1157 - 350 - 771 = 1501$$

$$S_1^2 = \frac{JKB}{db} = \frac{1157}{4-1} = 385,67$$

$$S_2^2 = \frac{JJK}{db} = \frac{350}{3-1} = 175$$

$$S_3^2 = \frac{JK(BK)}{db} = \frac{771}{6} = 128,5$$

$$S_4^2 = \frac{JKE}{db} = \frac{1501}{24} = 62,54$$

$$f_1 = \frac{S_1^2}{S_4^2} = \frac{385,67}{62,54} = 6,17 > f_{1tab} \text{ maka } H_0' \text{ ditolak}$$

$$f_1 = \frac{S_2^2}{S_4^2} = \frac{175}{62,54} = 2,8 < f_{2tab} \text{ maka } H_0'' \text{ diterima}$$

$$f_1 = \frac{S_3^2}{S_4^2} = \frac{128,5}{62,54} = 2,05 < f_{3tab} \text{ maka } H_0''' \text{ diterima}$$

4. Kesimpulan

Tingkat aktivitas ekstrakurikuler berpengaruh terhadap prestasi belajar, tingkat ekonomi tidak berpengaruh pada prestasi siswa. Dan adanya interaksi antara tingkat ekonomi dengan kegiatan ekstrakurikuler.

Kesimpulan

ANOVA adalah anonim dari analisis varian terjemahan dari *analysis of variance*, sehingga banyak orang yang menyebutnya dengan ANOVA. ANOVA merupakan bagian dari metoda analisis statistika yang tergolong analisis komparatif (perbandingan) lebih dari dua rata-rata.

Uji ANOVA satu jalur adalah untuk membandingkan lebih dari dua rata-rata. Sedangkan gunanya untuk menguji kemampuan generalisasi. Maksudnya dari signifikansi hasil penelitian (ANAVA satu jalur). Jika terbukti berbeda berarti kedua sampel tersebut dapat digeneralisasikan, artinya data sampel dianggap dapat mewakili populasi.

ANOVA pengembangan atau penjabaran lebih lanjut dari uji-t (t_{hitung}). Uji-t atau uji-z hanya dapat melihat perbandingan dua kelompok data saja. Sedangkan ANOVA satu jalur lebih dari dua kelompok data. Contoh: Perbedaan prestasi belajar statistika antara mahasiswa tugas belajar (X_1), izin belajar (X_2) dan umum (X_3).

Daftar Pustaka

- Sudjana.1996. *Metoda Statistika*. Bandung: Tarsito Bandung.
- Usman,Husaini.2006.*Pengantar Statistika*.Jakarta:PT Bumi Aksara.
- Riduwan. 2008. *Dasar-dasar Statistika*.Bandung: Alfabeta.
- Furqon. 2009. *Statistika Terapan untuk Penelitian*. Cetakan ketujuh. ALFABETA: Bandung.