

MODUL ALJABAR LINIER

(MIK106)

Materi 6

SISTEM PERSAMAAN LINIER

Disusun Oleh

Mieke Nurmalasari, M.Si, M.Sc

UNIVERSITAS ESA UNGGUL

2018

**MATERI 6**

**SISTEM PERSAMAAN LINIER**

1. **Pendahuluan**

Pada materi sebelumnya sudah dijelaskan mengenai determinan dan invers suatu matrik. Keduanya dapat digunakan untuk mencari penyelesaian suatu persamaan linier. Oleh karena ini, sebelum masuk ke materi ini, dimantapkan terlebih dahulu pengetahuan mengenai determinan dan invers matriks, agar tidak mengalami kesulitan.

Pada materi keenam ini akan dijelaskan mengenai konsep dasar sistem persamaan linier. Metode apa saja yang dapat digunakan untuk menyelesaikan sistem persamaan linier.

1. **Kompetensi Dasar**

Mengetahui konsep dasar dan cara penyelesaiana persamaan linier untuk persamaan dengan dua variabel dan persamaan dengan 3 variabel.

1. **Kemampuan Akhir yang Diharapkan**

* Mahasiswa diharapkan mampu memahami tentang system persamaan linier
* Mahasiswa diharapkan mampu mengetahui metode apa saja yang dapat digunakan untuk menyelesaikan persamaan linier.
* Mahasiswa diharapkan mampu menyelesaikan sistem persamaan linier dengan menggunakan metode invers dan metode Cramer.

1. **Kegiatan Belajar**

**SISTEM PERSAMAAN LINIER (SPL)**

**Sistem persamaan linear** adalah persamaan-persamaan linear yang dikorelasikan untuk membentuk suatu sistem. Sistem persamaannya bisa terdiri dari satu variabel, dua variabel atau lebih. Dalam bahasan ini, kita hanya membahas sistem persamaan linear dengan dua dan tiga variabel.

Teori matriks dapat dimanfaatkan untuk menyelesaiakan system persamaan linier. Persamaan linier yang terdiri dari m-persamaan dan n- bilangan disajikan dalam bentuk notasi matriks.

a11 x1 + a12 x2 + … + a1n xn = c1

a21 x1 + a22 x2 + … + a2n xn = c2

. . .

. . .

am1 x1 + am2 x2 + … + amn xn = cm

dapat ditulis dalam notasi matriks sebagai berikut:

**A**mxn  **X**nx1 = **c**mx1

Jika m = n dan A mempunyai invers, yaitu jika A merupakan matriks bujur sangkar yang nonsingular, maka notasi sistem persamaan linier di atas dapat dituliskan menjadi:

**A**nxn  **X**nx1 = **c**nx1

Penyelesaian untuk vector kolom x dapat diperoleh dengan membalik matriks A, yaitu:

**X**nx1 = **A-1**nxn  **c**nx1

Mencari solusi atau penyelesaian persamaan linier dengan rumus di atas artinya kita menggunakan **metode INVERS.**

Pada bab ini kita akan mempelajari dua metode untuk meyelesaikan persamaan linier, yaitu:

1. Metode INVERS
2. Metode CRAMER (Cara Determinan)

**SISTEM PERSAMAAN LINIER 2 VARIABEL**

Sebelum masuk pembahasan tentang penyelesaian sistem persamaan linier, maka perlu mengenal dulu apa itu yang dimaksud dengan sistem persamaan dua variabel.

Sistem persamaan linear dua variabel adalah sistem persamaan linear yang terdiri dari dua persamaan dimana masing-masing persamaan memiliki dua variabel. Contoh Sistem Persamaan Linier Dua Variabel (SPLDV) dengan variabel x dan y:

\begin{cases}ax+by=c \\ px-qy=r \end{cases}

dimana a, b, c, p, q, dan r adalah bilangan-bilangan real.

Sekarang kita akan coba latihan soal menyelesaikan sistem persamaan linier 2 variabel metode Invers dan metode Cramer.

**Contoh soal**

2 x1 + 3 x2 = 21

x1 + 4 x2 = 23

Kita akan mencari nilai x1 dan x2 dengan metode berikut:

**Penyelesaian SPL dengan Metode Invers**

Jika menggunakan metode Invers, maka nilai xn dapat diperoleh dengan rumus berikut:

**X**nx1 = **A-1**nxn  **c**nx1

Langkah-langkah dalam mencari penyelesaian sistem persamaan linier dengan metode Invers:

1. Mengubah persamaan ke dalam notasi matriks.

2 x1 + 3 x2 = 21

x1 + 4 x2 = 23

Dapat ditulis dalam notasi matriks menjadi:

1. Mencari invers matriks:

1. Mencari nilai x1 dan x2

Sehingga diperoleh nilai x1 = 3 dan x2 = 5.

**Contoh 2:**

Terdapat dua persamaan yaitu 2x + 3y = 7 dan x – 3y = -5, berikut adalah penggunaan invers matrik untuk mengetahui nilai x dan y pada 2 sistem persamaan linier tersebut:

Jika x + y = dan x + y = , maka

=

Persamaan liniernya adalah 2x + 3y = 7 dan x – 3y = -5, maka penyelesaiannya adalah sebagai berikut:

=

=

=

=

=

=

Jadi x = dan y =

**Contoh 3 :**

Tentukan nilai x dan y yang memenuhi sistem persamaan linear :

3x + y = 6

x + y = 8

**Pembahasan :**

=

= -1

=

=

=

=

=

Jadi solusi dari dua persamaan linear dua variabel 3x + y dan 6x + y = 8 adalah

*x = -1* dan *y = 9*

**Penyelesaian SPL dengan Metode Cramer**

**SPL dengan 3 varibel**

**Contoh 1 :**

Tentukan himpunan penyelesaian dari sistem persamaan linear tiga variabel

2x + y + z = 12

x + 2y – z = 3

3x – y + z = 11

**Pembahasan :**

=

D =

Dx =

Dy =

Dz =

D =

= 2 . 2 . 1 + 1 . (-1) . 3 + 1 . 1 . (-1) – 3 . 2 . 1 – (-1) . (-1) . 2 – 1 . 1 . 1

= 4 – 3 – 1 – 6 – 2 – 1

= -9

Dx =

= 12 . 2 . 1 + 1. (-1) . 11 + 1 . 3 . (-1) – 11 . 2 . 1 –(- 1) . (-1) . 12 – 1 . 3 . 1

= 24 – 11 – 3 – 22 – 12 – 3

= -27

Dy =

= 2 . 3 . 1 + 12 . (-1) . 3 + 1 . 1 . 11 – 3 . 3 . 1 – 11 . (-1) . 2 – 1 . 1 . 12

= 6 – 36 + 11 – 9 + 22 -12

= -18

Dz =

= 2 . 2 . 11 + 1 . 3 . 3 + 1 . 12 . (-1) – 3 . 2 . 12 –(-1) . 3 . 2 – 11 . 1 . 1

= 44 – 9 – 12 – 72 + 6 – 11

= -36

Nilai x, y, z ditentukan dengan rumus :

x = = = 3

y = = = 2

z = = = 4

Jadi, nilai *x = 3, y = 2* dan *z = 4*

**Contoh 3**

Sistem Persamaan Linier Tiga Variabel

Terdapat tiga persamaan yaitu 2x + 3y – z = 7, x + 2y + 3z = 2 dan 2x – 3y + 2z = -8, berikut adalah penggunaan invers matrik untuk mengetahui nilai x, y dan z pada tiga sistem persamaan linier tersebut:

Maka invers matriksnya adalah sebagai berikut:

Jika x + y + z =

x + y + z =

x + y + z =

Maka,

D = = ( + + ) – ( + + )

= = ( + + ) – ( + + )

= = ( + + ) – ( + + )

= = ( + + ) – ( + + )

Untuk mengetahui nilai x, y dan z adalah sebagai berikut:

x =

y =

z =

penyelesaian dari persamaan 2x + 3y – z = 7, x + 2y + 3z = 2 dan 2x – 3y + 2z = -8 adalah sebagai berikut:

D = = ((2)(2)(2) + (3)(3)(2) + (-1)(1)(-3)) – ((-1)(2)(2) + (2)(3)(-3) + (3)(1)(2))

= (8 + 12 +3) – (-4 -18 +6)

= 23 +16

= 39

= = ((7)(2)(2) + (3)(3)(-8) + (-1)(2)(-3)) – ((-1)(2)(-8) + (7)(3)(-3) + (3)(2)(2))

= (28 – 36 + 6) – (16 – 63 + 12)

= (-2) + 35

= 33

= = ((2)(2)(2) + (7)(3)(2) + (-1)(1)(-8)) – ((-1)(2)(2) + (2)(3)(-8) + (7)(1)(2))

= (8 + 42 + 8) – (-4 -48 + 14)

= 58 +38

= 96

= = ((2)(2)(-8) + (3)(2)(2) + (7)(1)(-3)) – ((7)(2)(2) + (2)(2)(-3) + (3)(1)(-8))

= (-32 + 12 – 21) – (28 -12 – 24)

= -41 + 8

= -33

x = =

y = =

z = =

Jadi x = , y = dan z = .

**2. Carilah contoh SPL dengan 3 varibel**

**Contoh :**

Tentukan himpunan penyelesaian dari sistem persamaan linear tiga variabel

2x + y + z = 12

x + 2y – z = 3

3x – y + z = 11

**Pembahasan :**

=

D =

Dx =

Dy =

Dz =

D =

= 2 . 2 . 1 + 1 . (-1) . 3 + 1 . 1 . (-1) – 3 . 2 . 1 – (-1) . (-1) . 2 – 1 . 1 . 1

= 4 – 3 – 1 – 6 – 2 – 1

= -9

Dx =

= 12 . 2 . 1 + 1. (-1) . 11 + 1 . 3 . (-1) – 11 . 2 . 1 –(- 1) . (-1) . 12 – 1 . 3 . 1

= 24 – 11 – 3 – 22 – 12 – 3

= -27

Dy =

= 2 . 3 . 1 + 12 . (-1) . 3 + 1 . 1 . 11 – 3 . 3 . 1 – 11 . (-1) . 2 – 1 . 1 . 12

= 6 – 36 + 11 – 9 + 22 -12

= -18

Dz =

= 2 . 2 . 11 + 1 . 3 . 3 + 1 . 12 . (-1) – 3 . 2 . 12 –(-1) . 3 . 2 – 11 . 1 . 1

= 44 – 9 – 12 – 72 + 6 – 11

= -36

Nilai x, y, z ditentukan dengan rumus :

x = = = 3

y = = = 2

z = = = 4

Jadi, nilai *x = 3, y = 2* dan *z = 4*

Latihan soal:

Selesaikan sistem persamaan linier dua variabel di bawah ini dengan metode Invers dan Cramer. Jika terdapat sistem persamaan linier dua variabel sebagai berikut, carilah nilai x1 dan x2 !

1. -3 x1 + 2 x2 = 1

8 x1 – 4 x2 = 8

1. x1 + 2 x2 + x3 = 5

2 x1 + 2 x2 + x3 = 6

x1 + 2 x2 + 3 x3 = 9