Universitas Esa Unggul Kampus Harapan Indah	**MODUL IV** **Matematika**

Judul	**BARISAN DAN DERET**	
Penyusun	**Distribusi**	**Perkuliahan**
Nixon Erzed	PAMU UNIVERSITAS ESA UNGGUL	Pertemuan – IV online

Tujuan :

Memahami barisan dan deret bilangan serta penggunaannya dalam pemecaha masalah

Materi:
1. Pola Bilangan
2. Barisan Bilangan
3. Deret

BARISAN DAN DERET

1. Deskripsi Umum

Pola, barisan, dan deret bilangan, sering di jumpai dalam kehidupan sehari-hari. Coba perhatikan contoh-contoh berikut :

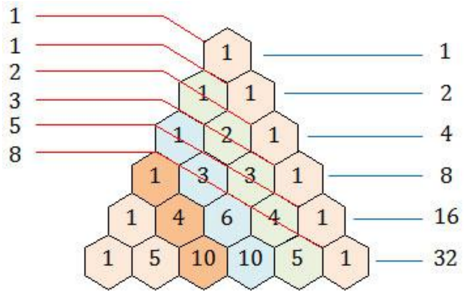
a. Pada suatu perjamuan ketika belum ada tamu yang datang maka tuan rumah tidak berjabat tangan. Jika satu tamu datang, maka terjadi 1 kali jabat tangan, jika kemudian ada 1 tamu lagi yang datang maka terjadi 3 kali jabat tangan.

b. Pada tahun pertama sebuah butik memproduksi 400 stel jas. Setiap tahun rata-rata produksinya bertambah 25 stel jas. Berapakah banyaknya stel jas yang diproduksi pada tahun ke-5 ?

c. Atau dalam bidang ekonomi, misalnya : Tuan B mendepositokan uangnya pada tahun 1990 sebesar M_0 dengan suku bunga r% per tahun. Jika bunganya tidak diambil untuk jangka waktu 10 tahun kemudian, maka berapa jumlah uang Tuan B tersebut pada akhir tahun ke-10.

d. Apabila seorang petani memanen tomatnya saat ini, ia akan mendapatkan Rp 1.500,00 per kg. Apabila ia menunda masa panennya, jumlah tomatnya akan bertambah 10 kg tiap minggu, tetapi harganya turun Rp 50,00 per kg setiap minggu. Tentukan pada minggu keberapa petani harus memanen tomatnya agar hasilnya maksimal

e. Perhatikan gambar berikut :



Pemahaman tentang barisan dan deret diperlukan untuk menyelesaikan masalah-masalah tersebut. Pola/barisan/deret bilangan yang terbentuk dari suatu kumpulan bilangan dapat didefinsikan dalam sebuah rumus atau sebuah pola rumus matematika. Rumus yang dihasilkan dapat digunakan untuk membuat peramalan.

2. Pola Bilangan

Pola bilangan adalah susunan bilangan-bilangan yang memiliki aturan atau pola tertentu. Dengan ada pola tertentu tersebut, maka urut-urutan bilangan dapat disajikan.

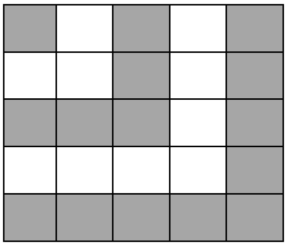
Dengan memahami pola bilangan dapat diturunkan cara menyusun urutan bilangan.

Terdapat dua cara menyusun urut-urutan bilangan, atau meramalkan bilangan ke-n, yaitu :

a. Menghitung dengan rumus tunggal
b. Menghitung dengan cara berulang (repetitive)

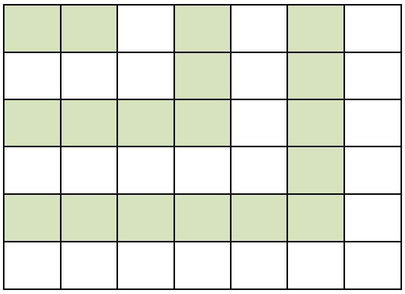
Contoh :

a. Perhatikan pola bilangan yang direpresentasikan oleh jumlah kotak membentuk sudut pada gambar berikut :



yaitu 1, 3, 5, 7 … mempunyai pola tambah 2, dari bilangan sebelumnya, dimulai dari 1

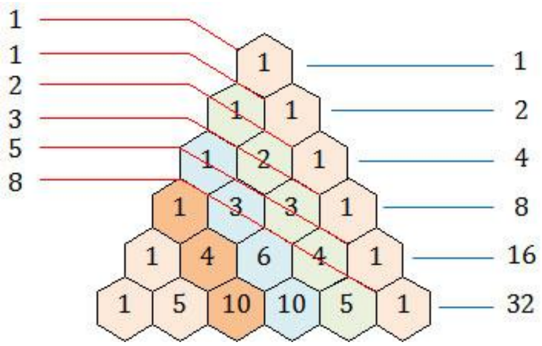
b. 0, 2, 4, 6, 8, …. mempunyai pola bilangan ditambah dua dari bilangan sebelumnya, dimulai dari 0, adalah representasi dari gambar berikut :



c. 1, 2, 3, 4,5, …. mempunyai pola bilangan ditambah satu dari bilangan sebelumnya, dimulai dari 1

d. 3, 6, 9, 12, … mempunyai pola bilangan dengan mengalikan posisi bilangan ke-i dengan 3, dimulai dari i = 1

e. Untuk lebih memahami pola bilangan segitiga pascal, perhatikanlah kembali gambar berikut:



Bilangan pada diagonal-diagonal segitiga pascal dapat dilihat pada pascal, yaitu:

- Diagonal ke-1: 1, 1, 1, 1,.....
- Diagonal ke-2: 1, 2, 3, 4, 5,....
- Diagonal ke-3: 1, 3, 6, 10,...
- Diagonal ke-4: 1, 4, 10,...dan seterusnya

Untuk jumlah angka-angka perbaris adalah 1, 2, 4, 8, 16, 32 ...dst atau sama dengan 2^n dimana n = 0, 1, 2,3, ...

f. Sedangkan untuk pola diagonal yang mengacu pada sisi miring segienam (perhatikan gambar), didapatkan urutan-urutan bilangan sebagai berikut :

1, 1, 2, 3, 5, 8...

mempunyai pola bilangan ke-n adalah hasil penjumlahan bilangan (n-2) dan (n-1), untuk pola yang dari n=0, dimana bilangan ke-0 dan ke-1 didefinisikan =1.

n = 0 → f(0) = 1 didefinisikan
n = 1 → f(1) = 1 didefinisikan
n = 2 → f(2) = 2 → f(0) + f(1) = 1 + 1
n = 3 → f(3) = 3 → f(1) + f(2) = 1 + 2
n = 4 → f(4) = 5 → f(2) + f(3) = 2 + 3
n = 5 → f(5) = 8 → f(3) + f(4) = 3 + 5
:
dst

Pola tersebut dikenal sebagai barisan fibonanci.

Contoh lain:

Coba kita analisis kasus jabat tangan pada perjamuan.
Pada perjamuan ketika belum ada tamu yang datang maka tuan rumah tidak berjabat tangan. Jika satu tamu datang, maka terjadi 1 kali jabat tangan, jika kemudian ada 1 tamu lagi yang datang maka maka tamu ke-2 akan berjabat tangan dengan tuan rumah dan tamu ke-1, jadi terjadi 3 kali jabat tangan.
Berikut adalah pola bilangan yang dapat terbentuk.

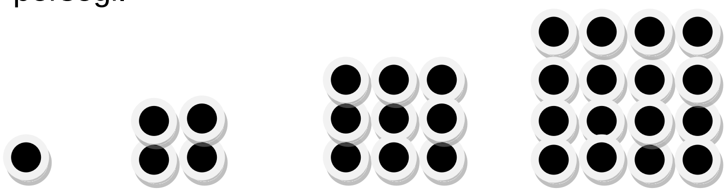
Banyak orang	Banyak Jabat Tangan
1	0 = 0
2	0 + 1 = 1
3	0 + 1 + 2 = 3
....	.....
n	0 + 1 + 2 + ... + (n – 1)

Ada 10 orang tamu + 1 tuan rumah, maka banyak jabat tangan yang mungkin terjadi, adalah :

$$\begin{aligned}\text{banyak jabat tangan} &= 0 + 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10 \\ &= 55 \text{ kali jabat tangan.}\end{aligned}$$

Banyak macam pola bilangan yang kita temui dalam kehidupan sehari-hari. Misalnya pola bilangan persegi, pola segitiga, pola angsuran hutang dan lain-lain, berikut contoh tambahan:

1. Bilangan persegi adalah bilangan yang memiliki pola seperti persegi.



1 4 9 16 .... n^2

2. Pola saldo deposito, misalnya deposito \$1.000, dengan bunga 10% per tahun

awal th1	*awal th2*	*awal th3*	*awal th4*	*awal th.n*
1.000	*1.000+100*	*1.100+110*	*1.210+121*	*1.000+(1+10%)^n*
.	*= 1.100*	*= 1.210*	*= 1.331*	*= 1.000.1,1^n*

3. Barisan Bilangan

Secara sederhana, barisan merupakan susunan dari bilangan− bilangan yang urutannya berdasarkan bilangan asli dengan pola tertentu.

Masing-masing bilangan dalam urutan tersebut disebut suku-suku barisan dan setiap suku digabungkan dengan tanda koma(,).

Contoh:

1, 5, 9, 13, 17, 21, 25, 29,….

Angka 9 merupakan suku ketiga,
17 merupakan suku kelima.
25 merupakan suku ketujuh
secara umum ditulis : U1, U2, U3, …., Un ,

dimana

U1 = suku pertama, U2 = suku kedua, U3 = suku ketiga, dan Un = suku ke-n.

Contoh :

a. 1, 2, 3, 4, 5,….
b. 2, 4, 6, 8, 10,….
c. 14, 11, 8, 5, 2,….
d. 2,– 2, 2, – 2, 2, – 2,….
e. 1, ½, ¼, 1/8, ….
f. 8,4,3,1, – 2, – 5,….
g. 1, 5, 3, 7, 9,….

Pada contoh diatas, bilangan-bilangan pada a,b,c,d,e mempunyai aturan tertentu sehingga disebut sebagai barisan bilangan, sedangkan f dan g tidak mempunyai aturan.

Contoh soal :

1. Tentukan tiga buah suku pertama dari barisan yang memiliki rumus suku ke-n sebagai berikut :

   a. Un = 2n – 1

   b. Un = n2 + 2

Jawab :

a. Un = 2n – 1

U1 = 2.1 – 1 = 1

U2 = 2.2 – 1 = 3

U3 = 2.3 – 1 = 5. Jadi tiga suku pertama: 1, 3, 5

b. Un = n2 + 2

U1 = (1)2 + 2 = 3

U2 = (2)2 + 2 = 6

U3 = (3)2 + 2 = 11. Jadi tiga suku pertama : 3, 6, 11

2. Tentukan rumus suku ke-n untuk setiap barisan berikut :

a. 2, 5, 8, 11, 14, ….

b. 9, 7, 5, 3, 1, ….

Jawab :

a. 2, 5, 8, 11, 14, ….

2 = 3(1) – 1

5 = 3(1) – 1

8 = 3(1) – 1

11 = 3(1) – 1

14 = 3(1) – 1

Jadi rumus suku ke-n = Un = 3n – 1

b. 9, 7, 5, 3, 1, ….

9 = -2(1) + 11

7 = -2(1) + 11

5 = -2(1) + 11

3 = -2(1) + 11

1 = -2(1) + 11

Jadi rumus suku ke-n = Un = -2(n) – 1

Barisan Aritmatika

Perhatikan barisan berikut:

1. 1,3,5,7,…
2. 2,6,10,40,30,…
3. 60,50,40,30,…

Barisan ini adalah contoh dari barisan aritmatika.

$U_1, U_2, U_3, \ldots U_n$

ialah barisan aritmatika,jika:

$U_2 - U_1 = U_3 - U_2 = \ldots\ldots = U_n - U_{n-1} =$ konstan

Konstan ini disebut beda dan dinyatakan dengan b.

1. Untuk 1, 3, 5, 7
   bedanya ialah 3 – 1 = 5 – 3 =7 – 5 =….= 2

2. Untuk 60, 50, 40, 20,….
   bedanya ialah 50 - 60 = 40 – 50 = 30 – 40 = -10

Rumus suku ke n.

Jika suku pertama $n_1 \rightarrow$ dinamakan a, kita mendapatkan:

$U_2 - U_1 = b \longrightarrow U_2 = U_1 - b = a + b$
$U_2 - U_3 = b \longrightarrow U_3 = U_2 - b = (a + b) + b = a + 2b$
$U_4 - U_3 = b \longrightarrow U_4 = U_3 + b = (a + 2b) + b = a + 3b$
dan seterusnya.

Barisan aritmatika baku, didapat sebagai berikut:

a, a+b, a+2b, a+3b, … , a+(n–1)b

Rumus suku ke n adalah u_n = a + (n – 1) b.

Contoh 1

Carilah suku ke 40 dari barisan aritmatika 1, 6, 11, 16, …

Penyelesaian:

a = 1, b = 6 – 1, n = 40
u_n = a + (n – 1) b
u_{40} = 1 (40 – 1) 5 = 196.

Contoh 2

Carilah suku pertama dan bedanya, jika diketahui suku kesepuluh 41 dan suku ketiga ialah 20.

Penyelesaian:

u_{10} = a + (10 – 1) b
= a + 9b
a = 9b = 41…….(1)

u_3 = a (3 – 1) b
= a + 2b
a + 2b = 20 …….(2)

Sistem persamaannya:

$$
\begin{array}{r}
a + 9b = 41 \\
\underline{a + 2b = 20} \\
7b = 21 \\
b = 3
\end{array}
$$

b = 3 substitusi ke persamaan (1), didapat:

a + 9.(3) = 41
a = 14   jadi suku pertama (a) = 14 dan beda (b) = 3.

Contoh 3

Carilah rumus suku ke n dari barisan:
2, 4, 6, 8, ………..

Penyelesaian:

Suku pertama (a) 2 dan beda (b) = 4 – 2 = 2

Suku ke n: U_n = a + (n – 1) b
U_n = 2 + (n – 1) 2
U_n = 2 + 2n - 2
U_n = 2n

Rata-rata dari suatu barisan Aritmatika (Mean Aritmatika).

Kadang-kadang kita harus mencari mean aritmatika dua buah bilangan, P dan Q. Ini berarti kita harus menyisipkan sebuah bilangan A diantara P dan Q, sedemikian rupa sehingga p + A + Q membentuk sebuah deret aritmetika A – P = b dan Q – A = b.

Jadi $A - P = Q - A$

$$2A = P + Q$$

$$A = \frac{P+Q}{2}$$

Ternyata mean aritmetik dua bilangan tidal lain dari pada nilai tengahnya.

Contoh 1

Hitunglah mean aritmetika dari 23 dan 58!

Jawab:

Mean aritmetika = $\frac{23+58}{2}$ = 40,5

Jika kita diminta untuk menyisipkan 3 buah mean aritmetik diantara dua buah bilangan yang diketahui, P dan Q berarti kita harus menyisipkan 3 buah bilangan A, B, dan C diantara Pdan Q sedemikian hingga P + A + B + C + Q merupakan deret aritmetik.

Contoh 2

Sisipkan tiga buah mean aritmetik diantara dua buah bilangan 8 &18.

Jawab:

8 + A + B + C + 18

U_1 = 8 dan U_5 = a + 4b = 18

a = 8

a + 4b = 18

8 + 4b = 18 → 4b = 10

b = 2.5

A = a + b =8 + 2.5 = 10.5

B = a + 2b = 8 + 2(,.5) = 13

C = a + 3b = 8 + 3(2,5) = 15,5

Jadi mean aritmetik yang dicari adalah 10,5 ; 13 dan 15,5.

Barisan Geometri

Barisan geometri ialah suatu barisan bilangan-bilangan dimana perbandingan (rasio) di antara dua suku berurutan merupakan bilangan tetap.

Secara umum barisan $U_1, U_2, U_3, U_4, \ldots, U_n$ disebut barisan geometri jika:

$$\frac{U_2}{U_1} = \frac{U_3}{U_2} = \frac{U_4}{U_3} = \ldots = \frac{U_n}{U_{n-1}} = \text{konstanta.}$$

Konstanta hasil perbandingan ini disebut dengan rasio (r).

Rumus umum suku ke – *n* barisan geometri dengan suku pertama *a* dan rasio *r* dapat ditemukan seperti berikut :

$$\boxed{U_n = a.r^{\,n-1}}$$

Keterangan : *a* = suku pertama
n = banyaknya suku
r = rasio → $r = \frac{U_n}{U_{n-1}}$

Perhatikan bahwa $\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}, \frac{1}{16}, \ldots$ merupakan contoh barisan geometri,

dengan a = ½ dan rasio (r) = $\frac{1/4}{1/2} = \frac{1/8}{1/4} = \frac{1/16}{1/8} = 1/2$

rumus suku ke-n atau U_n adalah : $U_n = \frac{1}{2} \cdot (\frac{1}{2})^{n-1} = (\frac{1}{2})^n$

Contoh barisan geometri yang lainnya adalah :

i). 2, 6, 18, 54, …
ii). 5, -10, 20, -40, …
iii). 27, 9, 3, 1, …

Untuk barisan pada contoh diatas :

i). rasio = $\frac{6}{2}=\frac{18}{6}=\frac{54}{18}=...=3$

ii). rasio = $\frac{-10}{5}=\frac{20}{-10}=\frac{-40}{20}=...=-2$

iii). rasio = $\frac{9}{27}=\frac{3}{9}=\frac{1}{3}=...=\frac{1}{3}$

Untuk contoh berikut :

a. 1, $\frac{1}{3}=\frac{1}{9}=\frac{1}{27}...$

b. 2, 4, 12, 48, . . .

hasil perbandingan suku-suku berurutan :

a. rasio = $\frac{\frac{1}{3}}{1}=\frac{\frac{1}{9}}{\frac{1}{3}}=\frac{\frac{1}{27}}{\frac{1}{9}}=...=\frac{1}{3}$ memiliki rasio yang sama (konstan)

→ maka **barisan geometri**

b. rasio $=\frac{4}{2}\neq\frac{12}{4}\neq\frac{48}{12}\neq...$ tidak memiliki rasio yang sama

$=2\neq 3\neq 2\neq ...$ → maka bukan **barisan geometri**

Barisan Tak Hingga

Barisan tak hingga didefinisikan sebagai suatu fungsi real di mana daerah asalnya adalah bilangan asli.

Notasi barisan tak hingga adalah : $\left[a_n\right]_{n=1}^{\infty}$

Contoh :

$$\frac{1}{3}, \frac{2}{4}, \frac{3}{5}, \frac{4}{6}, \ldots$$

Dapat dituliskan dengan rumus $\left[\frac{n}{2+n}\right]_{n=1}^{\infty}$

Penentuan a_n tidak memiliki aturan khusus, dan hanya bersifat coba-coba

Kekonvergenan barisan tak hingga:

Suatu barisan tak hingga dikatakan konvergen menuju L,

jika $\boxed{\lim_{n \to \infty} a_n = L}$

Contoh

Periksalah apakah barisan berikut konvergen:

a. $\frac{1}{3}, \frac{2}{4}, \frac{3}{5}, \frac{4}{6}, \ldots = \left[\frac{n}{2+n}\right]_{n=1}^{\infty}$

b. 2, 4, 8, 16, . . . = $\left[2^n\right]_{n=1}^{\infty}$

c. $\frac{1}{2}, \frac{4}{3}, \frac{9}{4}, \frac{16}{5}, \ldots = \left[\frac{n^2}{1+n}\right]_{n=1}^{\infty}$

Penyelesaian

a. $\lim\limits_{n \to \infty} \dfrac{n}{2+n} = \lim\limits_{n \to \infty} \dfrac{n/n}{2/n + n/n}$

$= \lim\limits_{n \to \infty} \dfrac{1}{2/n + 1}$

$= \dfrac{1}{2/\infty + 1} = \dfrac{1}{0+1} = \dfrac{1}{1} = 1$ ….. barisan konvergen menuju 1

b. $\lim\limits_{n \to \infty} 2^n = 2^\infty = \infty$ ….. barisan tidak konvergen atau divergen

c. $\lim\limits_{n \to \infty} \dfrac{n^2}{1+n} = \lim\limits_{n \to \infty} \dfrac{n^2/n}{1/n + n/n}$

$= \lim\limits_{n \to \infty} \dfrac{n}{1/n + 1}$

$= \dfrac{\infty}{1/\infty + 1} = \dfrac{\infty}{0+1} = \infty$ ….. barisan divergen

Barisan Monoton

Kemonotonan barisan [a_n] dapat dikelompokkan menjadi :

1. Monoton naik, jika $a_n < a_{n+1}$
2. Monoton turun, jika $a_n > a_{n+1}$
3. Monoton tidak turun, jika $a_n \leq a_{n+1}$
4. Monoton tidan naik, jika $a_n \geq a_{n+1}$

4. Deret Bilangan

Deret adalah jumlah seluruh suku-suku dalam barisan dan dilambangkan dengan Sn

Contoh 1 :

a) 1+2+3+4+5+….

b) $\frac{1}{3}+\frac{2}{4}+\frac{3}{5}+\frac{4}{6}+...$

c) 2+4+6+8+….

Contoh 2 :

Diketahui suatu deret : 1+3+5+7+…. Tentukan
a) Jumlah dua suku yang pertama
b) Jumlah lima suku pertama

Jawab :
a) S_2 = 1+3 = 4
b) S_5 = 1+3+5+7+9 = 25

Deret Aritmatika

Deret Aritmatika adalah bentuk penjumlahaan barisan aritmatika.

Jika $U_1, U_2, U_3, \ldots, U_n$ adalah barisan aitmatika,
maka $U_1 + U_2 + U_3 + \ldots, U_n$ merupakan deret aritmatika.

Jumlah *n* suku pertama disimbolkan dengan S_n.

$$S_n = U_1 + U_2 + U_3 + \ldots, U_n$$

Rumus jumlah *n* suku pertama adalah :

$$\boxed{S_n = \frac{1}{2}n(a + U_n)} \Rightarrow \boxed{S_n = \frac{1}{2}n[(2a + (n-1)b]}$$

Contoh :

1. Di ketahui deret aritmatika 4 + 8 + 12 + 16 + ...
   Hitung jumlah 25 suku pertama ?

   Jawab :

   $S_n = \frac{1}{2}\, n\, [(2a + (n-1)b]$

   $S_{25} = \frac{1}{2}\, 25\, [(24 + (25-1)4]$

   $S_{25} = 1300$

2. Ditentukan deret aritmatika 1 + 4 + 7 + 10 + ...

   Carilah:
   a. Rumus suku ke-*n*
   b. Rumus jumlah *n* suku pertama
   c. Jumlah 20 suku pertama

   Penyelesaian:

   a. Diketahui: $a = 1$, dan $b = 3$

   $U_n = a + (n - 1)b$
   $= 1 + (n - 1)3$
   $= 3n - 1$

   b. Jumlah *n* suku pertama

   $S_n = \frac{n}{2}\,(1 + 3n - 2)$

   $S_n = \frac{n}{2}\,(3n - 1)$

   $S_n = \frac{3n^2}{2} - \frac{n}{2}$

   c. Jumlah 20 suku pertama

   $S_{20} = \frac{3.20^2}{2} - \frac{20}{2}$

   $= 600 - 10$

   $= 590$

   Jadi, 20 jumlah suku pertama adalah 590.

Deret Geometri

Seperti halnya dengan deret aritmatika, jika kita memilikki suatu barisan geometri maka dapat dibentuk suatu deret yang merupakan penjumlahan berurut dari suku-suku barisan tersebut, yang disebut deret geometri.

Definisi :

Jika diketahui $U_1, U_2, U_3, \ldots, U_n$ merupakan suku-suku dari barisan geometri, maka $U_1 + U_2 + U_3 + \ldots + U_n$ disebut deret geometri , dengan $U_n = a r^{n-1}$.

Jika S_n merupakan jumlah n suku pertama dari suatu deret geometri, maka rumus umum untuk S_n dapat ditentukan dengan langkah-langkah sebagai berikut :

$$S_n = U_1 + U_2 + U_3 + \ldots + U_n \text{ maka}$$

$$S_n = a + ar + ar^2 + \ldots + ar^{n-1}$$

Kalikan S_n dengan r

$$rS_n = ar + ar^2 + ar^3 + \ldots + ar^{n-1} + ar^n$$

Kurangkan rS_n dengan S_n

$$\begin{array}{rcl} S_n & = & U_1 + U_2 + U_3 + \ldots + U_n \\ rS_n & = & ar + ar^2 + ar^3 + \ldots + ar^{n-1} + ar^n \quad - \\ \hline S_n - rS_n & = & a - ar^n \end{array}$$

$$S_n (1 - r) = a\ (1 - r^n)$$

$$S_n = a \frac{(1 - r^n)}{1 - r}$$

Jadi rumus umum jumlah n suku pertama deret geometri adalah :

$$S_n = a \frac{(1 - r^n)}{1 - r} \quad \text{untuk } r < 1$$

$$S_n = a \frac{(r^n - 1)}{r - 1} \quad \text{untuk } r > 1$$

Contoh :

Hitunglah jumlah 7 suku pertama deret geometri $-2+1-\frac{1}{2})+\frac{1}{4}-...$

Jawab :

$-2+1-\frac{1}{2})+\frac{1}{4}-...$

Dalam hal ini : a = -2 , r = $-\frac{1}{2}$, dan n = 7

Oleh karena r = $-\frac{1}{2}$ < 1 , maka gunakan rumus $S_n = a\frac{(1 - r^n)}{1 - r}$

$$S_7 = -2\frac{\left[1 - \left(-\frac{1}{2}\right)^7\right]}{1 - \left(-\frac{1}{2}\right)} = \frac{-2\left(1+\frac{1}{128}\right)}{\frac{3}{2}} = \frac{-4\left(\frac{129}{128}\right)}{3}$$

$$S_7 = -4.\left(\frac{129}{128}\right)x\frac{1}{3} = -\frac{43}{32}$$

Deret Geometri Tak Hingga

Perhatikan deret geometri berikut :

$$1+\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{8}+\frac{1}{16}+\frac{1}{32}+\frac{1}{64}+\frac{1}{128}+\frac{1}{256}+\frac{1}{512}+...$$

Jika deret tersebut diteruskan maka tidak terhitung banyak seluruh deret geometri tersebut. Deret geometri tersebut disebut deret geometri tak hingga.

Dengan rumus deret geometri kita juga dapat menentukan jumlah deret geometri tak hingga tersebut, yaitu :

$$S_n = 1\left(\frac{1 - \left(\frac{1}{2}\right)^n)}{1 - \frac{1}{2}}\right) = \frac{1 - \left(\frac{1}{2}\right)^n}{\frac{1}{2}}$$

Untuk $n \rightarrow \infty$, maka $\lim\limits_{n\to\infty} S_n = \dfrac{1-0}{\frac{1}{2}} = 2$

Jika suatu deret geometri tak hingga dapat ditentukan pendekatan jumlahnya, maka deret tersebut disebut deret yang konvergen.

Contoh deret konvergen :

$(i)1+\frac{1}{3}+\frac{1}{9}+\frac{1}{27}+...$

$(ii)100-50+25-12\frac{1}{2}+...$

$(iii)1000+100+10+1+0,1+...$

Rasio pada masing-masing deret tersebut adalah

$(i)\frac{1}{3},(ii)-\frac{1}{2}\,dan(iii)0,1$.

Perhatikan pula deret geometri tak hingga berikut ini.

$(i) 1+4+16+64+...$

$(ii) 2-6+18-54+...$

$(iii) 3+6+12+24+...$

Rasio pada masing-masing deret tersebut adalah 4, -3 dan 2. Jika deret tersebut diteruskan, maka nilainya akan semakin besar dan tidak terbatas. Deret yang demikian disebut deret geometri divergen.

Dengan memperhatikan beberapa contoh deret geometri diatas, maka dapat diambil kesimpulan :

Deret geometri tak hingga mempunyai jmalh tertentu (konvergen), jika rasio deret tersebut terletak pada interval -1< r < 1 atau I r I < 1

Rumus Jumlah Deret Geometri Tak Hingga

Jumlah n suku pertama deret geometri dengan suku pertama a dan rasio *r* adalah :

$$S_n = a\,\frac{(1 - r^n)}{1 - r} = \frac{a}{1-r} - \frac{ar^n}{1-r}$$

$$S_n = \lim_{n\to\infty} S_n = \lim_{n\to\infty}\frac{a}{1-r} - \lim_{n\to\infty}\frac{ar^n}{1-r}$$

Untuk $n \to \infty$ dan $|r| < 1$, maka $r^n \to 0$

$$S_\infty = \frac{a}{1-r} - 0 = \frac{a}{1-r}$$

Jadi rumus jumlah deret geometri tak hingga ialah ;

$$S_\infty = \frac{a}{1-r} \quad \text{dimana } |r| < 1 \quad \text{atau } -1<r<1$$

$$S_\infty = a + ar + ar^2 + \ldots = \frac{a}{1-r}$$

Sisipan pada Barisan Geometri

Jika diantara dua suku yang berurutan dalam suatu barisan geometri:

$a, \ ar, \ ar^2$ . . . (1)

dimasukkan tiga suku sehingga menjadi barisan geometru baru :

$a, \ ar', \ ar'^2, \ ar'^3, \ ar, \ . . . \ , \ ar^2$ . . . (2)

Sehingga : $U_{n-1} \cdot r = U_n$

$ar'^3 \cdot r' = ar$

$ar'^4 = ar$

$r'^4 = r$

$r' = \sqrt[4]{r}$ atau $r' = \sqrt[3+1]{r}$

secara umum, dengan rasio barisan geometri baru adalah *r'*

$$r' = \sqrt[k+1]{r}$$

dan banyak sukunya adalah $n' = a + (n - 1)\,k$

Menuliskan Deret Bilangan dengan Notasi Sigma ∑

Notasi sigma yang di lambangkan dengan " ∑ " adalah sebuah huruf Yunani yang artinya penjumlahan. Notasi ini di gunakan untuk meringkas penulisan penjumlahan bentuk panjang dari jumlah suku-suku yang merupakan variabel berindeks atau suku-suku suatu deret.

Jika diketahui suatu deret tak berhingga $a_1 + a_2 + a_3 + \dots, + a_n$, maka dengan notasi sigma dapat ditulis:

$$\sum_{k=1}^{n} a_k = a_1 + a_2 + a_3 + \dots, + a_n$$

Jumlah suatu deret dapat ditulis dalam notasi sigma, yaitu :

$$S_n = \sum_{k=1}^{n} U_k = U_1 + U_2 + U_3 + \dots + U_n$$

Untuk Deret Aritmatika

$$S_n = \sum_{k=1}^{n} (a + (k-1)b) = a + (a + b) + \cdots + (a + (n-1)b)$$

Untuk Deret Geometri

$$S_n = \sum_{k=1}^{n} ar^{k-1} = a + ar + ar^2 + \dots + ar^{n-1}$$

Sifat-sifat Notasi Sigma

1. $\sum\limits_{k=1}^{n} a_k = a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n$
2. $\sum\limits_{k=m}^{n} (a_k + b_k) = \sum\limits_{k=m}^{n} a_k + \sum\limits_{k=m}^{n} b_k$
3. $\sum\limits_{k=m}^{n} ca_k = c \sum\limits_{k=m}^{n} a_k$
4. $\sum\limits_{k=m}^{n} a_k = \sum\limits_{k=m+p}^{n+p} a_{k-p}$
5. $\sum\limits_{k=m}^{n} c = (n - m + 1)c$
6. $\sum\limits_{k=m}^{p-1} a_k + \sum\limits_{k=p}^{n} a_k = \sum\limits_{k=m}^{n} a_k$
7. $\sum\limits_{k=m}^{m-1} a_k = 0$
8. $\sum\limits_{k=m}^{n} (a_k + b_k)^2 = \sum\limits_{k=m}^{n} a_k^2 + 2 \sum\limits_{k=m}^{n} a_k b_k + \sum\limits_{k=m}^{n} b_k^2$