**Modul 01**

**STATISTIKA 1**

**( Kode ESA 153 )**

**Disusun**

**Lestanto Pudji Santosa,ST,MM**

**UNIVERSITAS ESA UNGGUL**

**JAKARTA**

**2018**

**TOPIK: PROBABILITAS**

1. **Pendahuluan**

**Probabilitas** adalah suatu nilai yang digunakan untuk mengukur tingkat terjadinya suatu kejadian yang acak.

Kata probabilitas itu sendiri sering disebut dengan peluang atau kemungkinan. Probabilitas secara umum merupakan peluang bahwa sesuatu akan terjadi.

 Dalam mempelajari probabilitas, ada tiga kata kunci yang harus diketahui :

1 Eksperimen,

2.Hasil (outcome)

3.Kejadian atau peristiwa (event)

**Hubungan Probabilitas dengan Ilmu Lain**

 Probabilitas, yakni suatu penilain terhadap benar salahnya suatu peristiwa yang masih mengandung kemungkinan atau belum pasti. Dalam hidup manusia di hadapkan dengan berbagai kemungkinan sedikit sekali kebenaran yang di lakukan oleh manusia dalam hidupnya. Sebab sesuatu yang di anggap benar, belum tentu itu benar. Dari suatu yang benar itu, jika di analisis dengan tepat dan sesuai dengan fakta yang ada, maka akan menimbulkan berbagai macam kemungkinan. Tanpa adanya probabilitas hidup manusia akan mengalami kesulitan yang tidak dapat di atasi oleh manusia itu sendiri.

 Probabilitas adalah suatu pernyataan yang memuat ramalan dari keyakinan tentang terjadinya suatu peristiwa di masa akan datang. Dalam kehidupan manusia sering terjadi tindakan atas dasar suatu kebenaran. Ini berarti ketika manusia itu mempunyai harapan bahwa apa yang di percaya secara rasional itu akan benar-benar terjadi. Dan manusia memiliki suatu tindakan yang satu dan yang lain berdasarkan tingkat rendahnya suatu peristiwa.

 Berdasarkan kenyataan, ilmu – ilmu tidak pernah memberikan keterangan yang pasti tentang peristiwa – peristiwa. Hal ini dikarenakan keterangan yang diberikan bersifat kemungkinan. Suatu probabilitas dapat dipertanggung jawabkan karena disusun berdasarkan pengalaman – penglaman yang ada. Dengan pengalaman inilah manusia bisa merumuskan suatu penyelesaian dari masalah yang dihadapi dalam hidup.

Dari teori ilmu yang kita pelajari, ilmu meberikan kepada kita pengetahuan sebagai dasar kita mengambil keputusan. Jadi keputusan yang kita ambil berdasarkan keilmuan tersebut dengan menandai resiko yang kita bakal hadapi kedepan. Sehingga sesorang tidak takut lagi dengan resiko itu, karena telah diputuskan secara matng – matang pilihan tersebut.pilihan ini berkaitan dengan probabilitasatau suatu nilai kebenaran yang ada. Dengan demikian nilai probabilitas ilmu itu sangat berguna bagi kehidupan manusia

1. **Kompetensi Dasar**
2. Membantu peneliti dalam pengambilan keputusan yang lebih tepat. Pengambilan keputusan yang lebih tepat dimaksudkan tidak ada keputusan yang sudah pasti karena kehidupan mendatang tidak ada yang pasti kita ketahui dari sekarang, karena informasi yang didapat tidaklah sempurna.
3. Dengan teori probabilitas kita dapat menarik kesimpulan secara tepat atas hipotesis yang terkait tentang karakteristik populasi.
4. Menarik kesimpulan secara tepat atas hipotesis (perkiraan sementara yang belum teruji kebenarannya) yang terkait tentang karakteristik populasi pada situssi ini kita hanya mengambil atau menarik kesimpulan dari hipotesis bukan berarti kejadian yang akan dating kita sudah ketehaui apa yang akan tertjadi.
5. Mengukur derajat ketidakpastian dari analisis sampel hasil  penelitian dari suatu populasi.
6. **Kemampuan Akhir yang Diharapkan**
* Mahasiswa dapat memahami statistika dan teori peluang ( dapat membedakan antara statistic dan stiatistika serta mengertahui penggunaan teori peluang dalam statistika.
* Mahasiswa dapat menentukan ukuran nilai dalam statistic.
* Mahasiswa dapat memahami dan menghitung peluang bersyarat.
* Mahasiswa dapat memahami counting technique ( memahami perbedaan antara permutasi dan kombinasi serta dapat mengaplikasikan teori peluang dalam kehidupan sehari-hari).
* Mahasiswa dapat memahami variable random ( memahami event space dan probability space ).
* Mahasiswa dapat memahami probability distributions fungsi distribusi
* Mahasiswa dapat menentukan peluang suatu event melalui FD
* Mahasiswa dapat menetukan momen dan ekspetasi VR (variable random)
1. **Pendekatan probabilitas**

 Ada dua pendekatan dalam menghitung probabilitas yaitu pendekatan yang bersifat objektif dan subjektif

Probabilitas objektif dibagi menjadi 2, yaitu ;

1 Pendekatan Klasik

2.Konsep Frekuensi relatif

 **E. Aturan Dasar Probabilitas**

 **1. Aturan Penjumlahan**

 Untuk menerapkan aturan penjumlahan ini, harus dilihat jenis kejadiannya apakah bersifat saling meniadakan atau tidak saling meniadakan.

**I. Kejadian Saling Meniadakan**

 Dua peristiwa atau lebih disebut saling meniadakan jika kedua atau lebih peristiwa itu tidak dapat terjadi pada saat yang bersamaan. Jika peristiwa A dan B saling meniadakan, probabilitas terjadinya peristiwa tersebut adalah

 P(A atau B) = P(A) + P(B) atau

 P(A  B) = P(A) + P(B)

 Contoh :

 Sebuah dadu dilemparkan ke atas, peritiwanya adalah

 A = peristiwa mata dadu 4 muncul.

 B = peristiwa mata dadu lebih kecil dari 3 muncul.

 Tentukan probabilitas dari kejadian berikut !

 - Mata dadu 4 atau lebih kecil dari 3 muncul!

 Penyelesaian :

 P(A) = 1/6

 P(B) = 2/6

 P(A atau B) = P(A) + P(B)

 = 1/6 + 2/6

 = 0,5

**II. Kejadian Tidak Saling Meniadakan**

Dua peristiwa atau lebih disebut peristiwa tidak saling meniadakan apabila kedua peristiwa atau lebih tersebut dapat terjadi pada saat yang bersamaan. Jika dua peristiwa A dan B tidak saling meniadakan, probabilitas terjadinya peristiwa tersebut adalah

 P(A atau B) = P(A) + P(B) – P(A dan B)

 P(A  B) = P(A) + P(B) – P(A  B)

 Jika 3 peristiwa A, B, dan C tidak saling meniadakan, probabilitas terjadinya peristiwa tersebut adalah

P(A  B  C) = P(A) + P(B) + P(C) – P(A  B) – P(A  C) – P(B  C) + P(A  B  C)

 Contoh :

 Dua buah dadu dilemparkan bersamaan, apabila :

 A = peristiwa mata (4, 4) muncul.

 B = peristiwa mata lebih kecil dari (3, 3) muncul.

 Tentukan probabilitas P(A atau B) !

 Penyelesaian :

 P(A) = 1/36

 P(B) = 14/36

 P(A  B) = 0

 P(A atau B) = P(A) + P(B) – P(A  B)

 = 1/36 + 14/36 – 0 = 0,42;

**II.Aturan Perkalian,** ada kejadian tak bebas dan kejadian bebas. Kejadian tidak saling bebas dibedakan 3 macam yaitu probabilitas bersyarat, gabungan dan Marjinal

**Kejadian Bebas,** Dua kejadian atau lebih dikatakan merupakan kejadian bebas apabila terjadinya kejadian tersebut tidak saling mempengaruhi. Dua kejadian A dan B dikatakan bebas kalau kejadian A tidak

mempengaruhi B atau sebaliknya. Jika A dan B merupakan kejadian bebas, maka P(A/B) = P(A) dan P(B/A) = P(B)

 **P(A  B) = P(A) P(B) = P( B ) P ( A )**

 **Kejadian Tak Bebas**, probabilitas terjadinya kejadian A dengan syarat bahwa B sudah terjadi atau akan terjadi

Satu mata uang logam Rp. 50 dilemparkan ke atas sebanyak dua kali. Jika A1 adalah lemparan pertama yang mendapat gambar burung(B), dan A2 adalah lemparan kedua yang mendapatkan gambar burung(B), berapakah P(A1  A ) Karena pada pelemparan pertama hasilnya tidak mempengaruhi pelemparan kedua dan P(A1) = P(B) = 0,5 dan P(A2) = P(B) = 0,5, maka P(A1  A2) = P(A1) P(A2) = P(B) P(B) = 0,5 x 0,5 = 0,25.

**Rumus Bayes**: Jika dalam suatu ruang sampel (S) terdapat beberapa peristiwa saling lepas, yaitu A1, A2, A3, …., An yang memiliki probabilitas tidak sama dengan nol dan bila ada peritiwa lain (misalkan X) yang mungkin dapat terjadi pada peristiwa-peristiwa A1, A2, A3, …., An maka probabilitas terjadinya peristiwa-peristiwa A1, A2, A3, …., An dengan diketahui peristiwa X tersebut adalah

**Contoh** :

Tiga kotak masing-masing memiliki dua laci. Didalam laci-laci tersebut terdapat sebuah bola. Didalam kotak I terdapat bola emas, dalam kotak II terdapat bola perak, dan dalam kotak III terdapat bola emas dan perak. Jika diambil sebuah kotak dan isinya bola emas, berapa probabilitas bahwa laci lain berisi bola perak?

 **Penyelesaian :**

Misalkan : A1 peristiwa terambil kotak I

 A2 peristiwa terambil kotak II

 A3 peristiwa terambil kotak III

 X peristiwa laci yang dibuka berisi bola emas

 Kotak yang memenuhi pertanyaan adalah kotak III (P(A3/X)).

P(A1) = 1/3 P(X/A1) = 1

P(A2) = 1/3 P(X/A2) = 0

P(A3) = 1/3 P(X/A3) = ½

**Perumusan Probabilitas**

Perumusan konsep dasar probabilitas dilakukan dengan tiga cara, yaitu perumusan klasik, cara frekuensi relatif dan pendekatan subjektif. Bila kejadian-kejadian pada contoh di atas kita lambangkan dengan huruf besar E, kita dapat merumuskan probabilitas kejadian E, yaitu P(E)

 **1.Perumusan Klasik**

Bila kejadian E terjadi dalam m cara dari seluruh n cara yang mungkin terjadi dan masing-masing n cara itu mempunyai kesempatan atau kemungkinan yang sama untuk muncul. Probabilitas kejadian E yang ditulis P ( E ) dirumuskan sbb :

**Rumus 1.1 P ( E ) = m / n**

**Contoh**

1.Sebuah uang logam dilemparkan. Misalkan sisi pertama kita sebut muka (m) dan sisi kedua kita sebut belakang (b), maka ada dua kejadian yang mungkin, yaitu kejadian munculnya muka m yang kita sebut E={m} atau kejadian munculnya belakang yang kita sebut {b}. karena uang logam terdiri atas 2 sisi (n=2) dan kedua sisi itu mempunyai kesempatan yang sama untuk muncul, probabilitas munculnya kejadian E={m} atau E{b} adalah

**P(E) = P(m) = m/n P(E) = P(b) = m/**

 **= 1/2 = 1/2**

Pada pelemparan uang logam tersebut yang akan muncul adalah salah satu dari E = {m} atau E = {b}.

2.Sebuah dadu dilemparkan. Muka dadu ada 6. Semua muka dadu mempunyai kesempatan yang sama untuk muncul. Salah satu muka yang akan muncul dari muka-muka dadu itu (m=1) adalah muka dadu 1, muka dadu 2, muka dadu 3, muka dadu 4, muka dadu 5 atau muka dadu 6. Maka probabilitas kejadian E adalah :

P(E) = P(1) = P(2) = P(3) = P(4) = P(5) = P(6) = m/n = 1/6

**2.Frekuensi Relatif**

Perumusan konsep probabilitas dengan cara klasik mempunyai kelemahan karena menuntut syarat semua hasil mempunyai kesempatan yang sama untuk muncul. Pengertian ini mengaburkan adanya probabilitas yang sama. Sehubungan dengan itu dikembangkan konsep probabilitas berdasarkan statistic, yaitu dengan pendekatan empiris. Probabilitas empiris dari suatu kejadian dirumuskan dengan memakai frekuensi relatif dari terjadinya suatu kejadian dengan syarat banyaknya pengamatan atau banyaknya sampel n adalah sangat besar. Bila n bertambah besar sampai tak terhingga (n -> ∞), probabilitas kejadian E sama dengan nilai limit dari frekuensi relatif kejadian E tersebut. Dengan demikian, jika kejadian E berlangsung sebanyak f kali dari keseluruhan pengamatan sebanyak n, dimana n mendekati tak berhingga, probabilitas kejadian E dirumuskan sebagai berikut :

Rumus 1.2

 **P(E) = lim f / n**

 **n -> ∞**

 Walaupun mudah dan berguna dalam praktek, secara matematis perumusan konsep probabilitas dengan frekuensi relative ini juga mempunyai kelemahan karena suatu nilai limit yang benar-benar mungkin sebenarnya tidak ada. Oleh karena itu, konsep probabilitas modern dikembangkan dengan memakai pendekatan aksiomatis, yaitu suatu kebenaran yang diterima secara apa adanya tanpa memerlukan bukti matematis, dimana konsep probabilitas tidak didefinisikan, seperti konsep titik dan konsep garis yang tidak didefinisikan dalam ilmu geometri (Boediono, 2006).

Contoh :

1.Pada suatu percobaan statistic, yaitu pelemparan sebuah dadu yang diulang sebanyak 1000 kali (n=1000), frekuensi munculnya muka dadu X adalah seperti pada tabel berikut ini :

**Muka dadu (X) 1 2 3 4 5 6**

**Frekuensi (f) 164 165 166 167 168 169**

Bila E menyatakan kejadian munculnya muka-muka dadu tersebut, maka probabilitas kejadian E untuk masing-masing kemungkinan munculnya muka dadu tersebut adalah

P(E) = P(1) = 164/1000 P(E) = P(2) = 165/1000 P(E) = P(3) = 166/1000, dst

2.Dari 100 mahasiswa yang mengikuti ujian statistika, distribusi frekuensi nilai mahasiswa adalah seperti tabel berikut

**Nilai (X) 45 55 65 75 85 95**

**Frekuensi (f) 10 15 30 25 15 5**

Maka probabilitas kejadian E mahasiswa memperoleh nilai tersebut adalah

P(E) = P(45) = 10/100 P(E) = P(55) = 15/1001 P(E) = P(65) = 30/100, dst

 **3.Pendekatan Subjektif**

Pendekatan subjektif yang digunakan untuk menentukan probabilitas suatu peristiwa didasarkan pada selera dan keyakinan individu seseorang. Misalnya, saya ingin menentukan bahwa besok probabilitas naiknya harga dolar Amerika adalah 0.75 atau 75%. Atas dasar apa saya menentukan probabilitas naiknya harga dolar itu 75%? Pengetahuan ini hanya didasarkan pada pengetahuan, pengalaman, dan keahlian yang dimiliki. Dengan demikian, probabilitas suatu peristiwa yang ditentukan dengan pendekatan subjektif menyebabkan penentuan probabilitas suatu peristiwa antara orang yang satu dengan yang lain dapat berbeda. Hal ini disebabkan oleh tingkat pengetahuan, penguasaan informasi, naluri dan faktor-faktor lain yang berkaitan dengan peristiwa itu.

**Ruang Sampel dan Kejadian**

Pada pelemparan sebuah uang logam, ada dua hasil yang mungkin muncul, yaitu muka (m) atau belakang (b). dua hasil yang mungkin muncul ini dapat dihimpun menjadi S = {m,b}. dengan demikian dapat dikatakan bahwa kumpulan himpunan dari semua hasil yang mungkin muncul atau terjadi pada suatu percobaan statistic disebut ruang sampel, yang dilambangkan dengan himpunan S, sedangkan anggota-anggota dari S disebut titik sampel.

Perhatikan bahwa pada pelemparan sebuah uang logam tersebut S = {m,b} dan A = {m}, sehingga A c A, A merupakan himpunan bagian dari S. berdasarkan kejadian A dan ruang sampel S tersebut, perumusan konsep probabilitas didefinisikan sebagai berikut. Bila kejadian A berlangsung dalam m cara pada ruang sampel S yang terjadi dalam n cara, probabilias kejadian A adalah :

Rumus 1.3

 **P(A) = n(A) / n(S) = m / n**

Dimana n(A) = banyaknya anggota A dan n(S) = banyaknya anggota S

Perhatikan bahwa definisi probabilitas tersebut tidak menuntut syarat bahwa semua titik sampel mempunyai kesempatan yang sama untuk muncul. Definisi probabilitas kejadian ini terlepas dari definisi probabilitas yang dirumuskan secara klasik maupun memakai frekuensi relative. Dengan menggunakan rumus 1.3, kita dapat menentukan probabilitas dari sembarang kejadian A yang didefinisikan pada S.

Contoh :

1.Pada pelemparan sebuah dadu, misalkan kejadian A menyatakan munculnya muka dadu genap pada S, A = {2,4,6} sehingga probabilitas kejadiab A adalah P(A) = 3/6 = ½

2.Pada pelemparan dua buah uang logam :

a.Tentukanlah ruang sampel S

Hasil-hasil yang mungkin muncul adalah sebagai berikut :

Uang Logam 1 Uang Logam 2

 **M B**

**M (M,M) (M,B)**

**B (B,M) (B,B)**

**Jadi ruang sampel S adalah = {(m,m), (m,b), (b,m), (b,b)}**

Titik sampel (m,m) menyatakan munculnya sisi muka dari uang logam pertama dan kedua, titik sampel (m,b) menyatakan munculnya muka dari uang logam pertama dan belakang dari uang logam kedua, begitu seterusnya.Bila A menyatakan kejadian munculnya sisi yang sama dari dua uang logam tersebut, tentukanlah probabilitas kejadian AA adalah kejadian munculnya sisi-sisi yang sama dari dua uang logam, maka A = {(m,m), (b,b)}. Dengan demikian, n(A) = 2 dan n(S) = 4, sehingga probabilitas kejadian A adalah

**P(A) = n(A) / n(S) = 2/4 = ½**

 **DISTRIBUSI PROBABILITAS**

Kunci aplikasi probabilitas dalam statistik adalah memperkirakan terjadinya peluang/probabilitas yang dihubungkan dengan terjadinya peristiwa tersebut dalam beberapa keadaan. Jika kita mengetahui keseluruhan probabilitas dari kemungkinan outcome yang terjadi, seluruh probabilitas kejadian tersebut akan membentuk suatu distribusi probabilitas.

1. **Distribusi Binomial (Bernaulli)**

Distribusi Binomial atau distribusi Bernoulli (ditemukan oleh James Bernoulli) adalah suatu distribusi teoritis yang menggunakan variabel random diskrit yang terdiri dari dua kejadian yang berkomplemen, seperti sukses-gagal, ya-tidak, baik-cacat, sakit-sehat dan lain-lain.

**Ciri-ciri distribusi Binomial adalah sebagai berikut** :

a. Setiap percobaan hanya memiliki dua peristiwa, seperti ya-tidak, sukses-gagal.

b.Probabilitas suatu peristiwa adalah tetap, tidak berubah untuk setiap percobaan.

c.Percobaannya bersifat independen, artinya peristiwa dari suatu percobaan tidak mempengaruhi atau dipengaruhi peristiwa dalam percobaan lainnya.

d.Jumlah atau banyaknya percobaan yang merupakan komponen percobaan binomial harus tertentu.

Simbol peristiwa Binomial →b (x,n,p)

Ket :

b = binomial

x = banyaknya sukses yang diinginkan (bilangan random)

n = Jumlah trial

p = peluang sukses dalam satu kali trial.

Dadu dilemparkan 5 kali, diharapkan keluar mata 6 dua kali, maka kejadian ini dapat ditulis b(2,5,1/6) → x=2, n=5, p=1/6.

Contoh Soal :

Probabilitas seorang bayi tidak di imunisasi polio adalah 0,2 (p). Pada suatu hari di Puskesmas “X” ada 4 orang bayi. Hitunglah peluang dari bayi tersebut 2 orang belum imunisasi polio. Jadi, di dalam kejadian binomial ini dikatakan b (x=2, n=4, p=0,2) → b (2, 4, 0

Jawab :

Katakanlah bayi tersebut A,B,C,D. Dua orang tidak diimunisasi mungkin adalah A&B, A&C, A&D, B&C, B&D, C&D.

Rumus untuk b (x,n,p) adalah:

P (x) = P 0,1536 = 0,154

 Distribusi Poisson

Distibusi Poisson merupakan distribusi probabilitas untuk variabel diskrit acak yang mempunyai nilai 0,1, 2, 3 dst. Distribusi Poisson adalah distribusi nilai-nilai bagi suatu variabel random X (X diskrit), yaitu banyaknya hasil percobaan yang terjadi dalam suatu interval waktu tertentu atau disuatu daerah tertentu. Fungsi distribusi probabilitas diskrit yang sangat penting dalam beberapa aplikasi praktis.

Poisson memperhatikan bahwa distribusi binomial sangat bermanfaat dan dapat menjelaskan dengan sangat memuaskan terhadap probabilitas Binomial b(X│n.p) untuk X= 1,2,3 …n. namun demikian, untuk suatu kejadian dimana n sangat besar (lebih besar dari 50) sedangkan probabilitas sukses (p) sangat kecil seperti 0,1 atau kurang, maka nilai binomialnya sangat sulit dicari. Suatu bentuk dari distribusi ini adalah rumus pendekatan peluang Poisson untuk peluang Binomial yang dapat digunakan untuk pendekatan probabilitas Binomial dalam situasi tertentu.

Contoh Distribusi Poisson :

 Disuatu gerbang tol yang dilewati ribuan mobil dalam suatu hari akan terjadi kecelakaan dari sekian banyak mobil yang lewat.

 Dikatakan bahwa kejadian seseorang akan meninggal karena shock pada waktu disuntik dengan vaksin meningitis 0,0005. Padahal, vaksinasi tersebut selalu diberikan kalau seseorang ingin pergi haji.

Percobaan Poisson memiliki ciri-ciri berikut :

 Hasil percobaan pada suatu selang waktu dan tempat tidak tergantung dari hasil percobaan di selang waktu dan tempat yang lain terpisah.

 Peluang terjadinya suatu hasil percobaan sebanding dengan panjang selang waktu dan luas tempat percobaan terjadi. Hal ini berlaku hanya untuk selang waktu yang singkat dan luas daerah yang sempit.

 Peluang bahwa lebih dari satu hasil percobaan akan terjadi pada satu selang waktu dan luasan tempat yang sama diabaikan.

Distribusi poisson banyak digunakan dalam hal:

 Menghitung Probabilitas terjadinya peristiwa menurut satuan waktu, ruang atau isi, luas, panjang tertentu, saeperti menghitung probabilitas dari:

 Kemungkinan kesalahan pemasukan data atau kemungkinan cek ditolak oleh bank. Jumlah pelanggan yang harus antri pada pelayanan rumah sakit, restaurant cepat saji atau antrian yang panjang bila ke ancol.Banyaknya bintang dalam suatu area acak di ruangangkasa atau banyaknya bakteri dalam 1 tetes atau 1 liter air. Jumlah salah cetak dalam suatu halaman ketik. Banyaknya penggunaan telepon per menit atau banyaknya mobil yang lewat selama 5 menit di suatu ruas jalan. Distribusi bakteri di permukaan beberapa rumput liar di ladang. Semua contoh ini merupakan beberapa hal yang menggambarkan tentang suatu distribusi Poisson.

 Menghitung distribusi binomial apabila nilai n besar (n ≥ 30) dan p kecil (p<0,1).

Jika kita menghitung sejumlah benda acak dalam suatu daerah tertentu T, maka proses penghitungan ini dilakukan sebagai berikut :

 Jumlah rata-rata benda di daerah S T adalah sebanding terhadap ukuran S, yaitu ECount(S)= λ S. Di sini melambangkan ukuran S, yaitu panjang, luas, volume, dan lain lain. Parameter λ > 0 menggambarkankan intensitas proses.

 Menghitung di daerah terpisah adalah bebas.

 Kesempatan untuk mengamati lebih dari satu benda di dalam suatu daerah kecil adalah sangat kecil, yaitu P(Count(S)2) menjadi kecil ketika ukuran menjadi kecil.

Rumus Distribusi Poisson :

(x) → Nilai Rata-rata

e Konstanta = 2,71828

x = Variabel random diskrit (1,2,3,…., x)

Contoh:

Diketahui probabilitas untuk terjadi shock pada saat imunisasi dengan vaksinasi meningitis adalah 0,0005. Kalau di suatu kota jumlah orang yang dilakukan vaksinasi sebanyak 4000. Hitunglah peluang tepat tiga orang akan terjadi shock!

Penyelesaian:

μ = λ= n.p = 4000 x 0,0005 = 2

p(x=3)

 Distribusi Normal

Distribusi Normal adalah salah satu distribusi teoritis dari variable random kontinu. Distribusi Normal sering disebut distribusi Gauss.

Rumus Distribusi Normal :

∫ (x) =

-≈ < x > ≈ = 0

-≈ < μ > ≈ π= 3,14 e = 2,71828

Agar lebih praktis, telah ada tabel kurva normal dimana tabel ini menunjukkan luas kurva normal dari suatu nilai yang dibatasi nilai tertentu.

Ciri Khas Distribusi Normal :

 Simetris

 Seperti lonceng

 Titik belok μ ±σ

 Luas di bawah kurva = probability = 1

Kurva Normal Umum

Untuk dapat menentukan probabilitas di dalam kurva normal umum (untuk suatu sampel yang cukup besar, terutama untuk gejala alam seperti berat badan dan tinggi badan), nilai yang akan dicari ditransformasikan dulu ke nilai kurva normal standar melalui transformasi Z (deviasi relatif).

Rumus:

Z =

Z =

-Kurva normal standar → N (μ = 0, σ = 1)

-Kurva normal umum N (μ,σ)

 **HUKUM PROBABILITAS**

Asas perhitungan probabilitas dengan berbagai kondisi yang harus diperhatikan

 **Hukum Pertambahan**

Terdapat 2 kondisi yang harus diperhatikan yaitu:

  **a) Mutually Exclusive (saling meniadakan)**

Rumus: P (A U B) = P (A atau B)= P (A) + P (B)

Contoh:

Probabilitas untuk keluar mata 2 atau mata 5 pada pelemparan satu kali sebuah dadu adalah:

P(2 U 5) = P (2) + P (5) = 1/6 + 1/6 = 2/6

 **b) Non Mutually Exclusive (dapat terjadi bersama)**

Peristiwa Non Mutually Exclusive (Joint) adalah dua peristiwa atau lebih dapat terjadi bersamasama (tetapi tidak selalu bersama).

Contoh penarikan kartu as dan berlian :

**(A U B) =P(A) + P (B) – P(A ∩B)**

Peristiwa terjadinya A dan B merupakan gabungan antara peristiwa A dan peristiwa B. Akan tetapi karena ada elemen yang sama dalam peristiwa A dan B, gabungan peristiwa A dan B perlu dikurangi peristiwa di mana A dan B memiliki elemen yang sama. Dengan demikian, probabilitas pada keadaan di mana terdapat elemen yang sama antara peristiwa A dan B maka probabilitas A atau B adalah probabilitas A ditambah probabilitas B dan dikurangi probabilitas elemen yang sama dalam peristiwa A dan B.

 **Hukum Perkalian**

Terdapat dua kondisi yang harus diperhatikan apakah kedua peristiwa tersebut saling bebas atau bersyarat.

 **a) Peristiwa Bebas (Independent)**

 Apakah kejadian atau ketidakjadian suatu peristiwa tidak mempengaruhi peristiwa lain.

 **Contoh:**

Sebuah coin dilambungkan 2 kali maka peluang keluarnya H pada lemparan pertama dan pada lemparan kedua saling bebas.

P(A ∩B) = P (A dan B) = P(A) x P(B)Peristiwa Bebas (Hukum Perkalian)

 **Contoh**

Sebuah dadu dilambungkan dua kali, peluang keluarnya mata 5 untuk kedua kalinya adalah : P (5 ∩ 5) = 1/6 x 1/6 = 1/36

Sebuah dadu dan koin dilambungkan bersama-sama, peluang keluarnya hasil lambungan berupa sisi H pada koin dan sisi 3 pada dadu adalah:

P (H) = ½, P (3) = 1/6

P (H ∩ 3) = ½ x 1/6 = 1/12

  **b.Peristiwa tidak bebas (Hukum Perkalian)**

Peristiwa tidak bebas atau peristiwa bersyarat (Conditional Probability) adalah dua peristiwa dikatakan bersyarat apabila kejadian atau ketidakjadian suatu peristiwa akan berpengaruh terhadap peristiwa lainnya.

Contoh:

Dua buah kartu ditarik dari set kartu bridge dan tarikan kedua tanpa memasukkan kembali kartu pertama, maka probabilitas kartu kedua sudah tergantung pada kartu pertama yang ditarik. Simbol untuk peristiwa bersyarat adalah P (B│A) -> probabilitasB pada kondisi A

P(A ∩B) = P (A) x P (B│A)

Contoh soal:

Dua kartu ditarik dari satu set kartu bridge, peluang untuk yang tertarik keduanya kartu as adalah sebagai berikut:

Peluang as I adalah 4/52 -> P (as I) = 4/52

Peluang as II dengan syarat as I sudah tertarik adalah 3/51

P (as II │as I) = 3/51

P (as I ∩ as II) = P (as I) x P (as II│ as I)

= 4/52 x 3/51 = 12/2652 =1/221

 **Manfaat Probabilitas**

Manfaat probabilitas dalam kehidupan sehari-hari adalah membantu kita dalam mengambil suatu keputusan, serta meramalkan kejadian yang mungkin terjadi. Jika kita tinjau pada saat kita melakukan penelitian, probabilitas memiliki beberapa fungsi antara lain;

1. Membantu peneliti dalam pengambilan keputusan yang lebih tepat. Pengambilan keputusan yang lebih tepat dimagsudkan tidak ada keputusan yang sudah pasti karena kehidupan mendatang tidak ada yang pasti kita ketahui dari sekarang, karena informasi yang didapat tidaklah sempurna.

2. Dengan teori probabilitas kita dapat menarik kesimpulan secara tepat atas hipotesis yang terkait tentang karakteristik populasi. Menarik kesimpulan secara tepat atas hipotesis (perkiraan sementara yang belum teruji kebenarannya) yang terkait tentang karakteristik populasi pada situssi ini kita hanya mengambil atau menarik kesimpulan dari hipotesis bukan berarti kejadian yang akan dating kita sudah ketehaui apa yang akan tertjadi.

3. Mengukur derajat ketidakpastian dari analisis sampel hasil penelitian dari suatu populasi
**Contoh:**

Ketika diadakannya sensus penduduk 2000, pemerintah mendapatkan data perbandingan antara jumlah penduduk berjenis kelamin laki-laki berbanding jumlah penduduk berjenis kelamin sensus pada tahun 2010 menunjukan hasil perbandingan jumlah penduduk berjenis kelamin pria berbanding jumlah penduduk berjenis kelamin wanita adalah 5:7. Maka pemerintah dapat mengambil keputusan bahwa setiap tahunnya dari tahun 2000 hingga 2010 jumlah wanita berkembang lebih pesat daripada jumlah penduduk pria.

 **Kaidah – kaidah Probabilitas**

A = Suatu peristiwa / kejadian pada ruang sampel ( S ).

 P ( A ) adalah peluang kejadian A, maka berlaku : peluang dari ruang sampel 0 < P ( A ) < 1, peluang dari peristiwa yang tidak akan pernah terjadi

 ***RANGKUMAN***

*Probabilitas* adalah suatu nilai yang digunakan untuk mengukur tingkat terjadinya suatu kejadian

*Pendekatan Klasik* adalah seluruh hasil eksperimen mempunyai peluang yang sama

*Pendekatan Frekuensi Relatif* adalah perhitungan yang di dasarkan atas limit dari frekuensi relative

*Ruang sampel suatu eksperimen* mempunyai dua syarat berikut :

1,Dua hasil atau lebih tidak dapat terjadi secara brsamaan

2.Harus terbagi habis, artinya ruang sampel harus memuat seluruh kemungkinan hasil tidak ada yang terlewat.

*Himpunan semesta* adalah himpunan dari seluruh kejadian yang ada

*Himpunan kosong* adalah himpunan bagian yang paling kecil dari suatu himpunan

*Komplemen suatu kejadian,* jika Sadalah ruang sampel ( himpunan dari hasil eksperimen ), A adalah himpunan bagian dari S dan A adalah **komplemen dari A**

*Union* = Gabungan

 Interseksi = Elemen anggota S mempunyai difat atau ciri-ciri A juga B

*Kejadian Bebas* adalah kejadian yang tidak salig mempengruhi, kejadiaan A tidak mempengaruhi B

*Kejadian tak bebas* adalah probabilitas terjadinya suatu kejadian A dengan syarat bahwa B sudah terjadi atau akan terjadi

*Probabilitas Marjinal* adalah suatu kejadian yang terjadi bersamaan dengan kejadian lainnya, dimana kejadian lainnya tersebut mempengaruhi terjadinya kejadian yang pertama

Ada 4 eksperimen Binomial, yaitu

1.Banyaknya eksperimen merupakan bilangan tetap

2.Setiap eksperimen mempunyai 2 hasil yang dikategorikan **sukses** dan **gagal**

3.Probabilitas sukses sama pada setiap eksperimen

4.Eksperimen tersebut harus bebas satu sama lain, artinya hasil eksperimen yang satu tidak mempengaruhi hasil eksperimen lainnya

*Distribusi Poisson* , melibatkan jumlah n yang besar, biasanya digunakan untuk menghitung nilai probabilitas suatu kejadian dalam suatu selang waktu dan daerah tertentu

*Distribusi Hipergeometrik*, percobaan tidak bersifat independent

*Distribusi multinomial*, percobaan akan menghasilkan beberapa kejadian yang saling meniadakan

*Distribusi Normal*, merupakan secara luas banyak digunakan dalam berbagai penerapan

*Distribusi Normal baku,* distribusi yang sangat tergantung nilai rata-rata ( µ ) dan standar deviasi ( σ )

***Latihan soal***

 1. Pengertian Probabilitas secara luas ?

 2. Sebutkan dua pendekatan dalam menghitung probabilitas, jelaskan

 3. Bagaimana ciri-ciri distribusi Binomial dan distribusi poisson

 4. Coba jelaskan tentang peristiwa / kejadian bebas dan tidak bebas

5. Suatu Perusahaan memproduksi botol untuk makanan dan minuman. Hasil produksinya menunjukan 25% rusak. Seorang petugas pengawasan mutu mengambil sampai acak sejumlah 5 ,apabila diketahui bahwa banyaknya botol rusak mengikuti distribusi Binomial, hitunglah probabilitas bahwa botol rusakbuah

a.Paling banyak 4 buah

b.Sekurang-kurangnya 1 buah

c. Lebih besar dari 0 kurang dari 5

6. Rata-rata jumlah panggilan telpon ( telpon masuk ) di meja resepsionis sebanyak 48 kali per jam

a.Hitung probabilitas telpon masuk sebanyak 3 kali dalam selang 5 menit

b.Hitun Probabilitas telpon msuk sebanyak 15 kali dalam 15 menit

 yang diasumsikan bersifat acak dan bebas. Rata-rata angka kedatangan di tempat pemeriksaan adalah sebanyak 10 orang per menit yang datang

a.berapa probabilitas tidak ada penumpang yang datang dalam 1 menit

b.Berapa probabilitas sebanyak kurang dari atau sama dengan 3 penumpang yang datang dalam 1 menit

c.Berapa Probabilitas tidak ada penumpang yang datang dalam 15 detik

d. Berapa probabilitas paling tidak satu orang datang dalam 15 detik.

8.Menurut seorang produsen, barang yang diproduksinya rusak 10%. Anda membeli 5 buah barang dari produsen dan memilihnya secara acak ( random )

a.berapa probabilitasnya bahwa satu barang anda rusak

b.Berapa probabilitasnya bahwa paling sedikit ada dua yang rusak

c.berapa probabilitasnya bahwa yang rusak ada satu atau dua buah

d.Berapa probabilitasnya bahwa paling sedikit ada yang satu rusak

9.X = banyaknya sukses, sebagai variabel diskrit, hitung distribusi probabilitas buat variabel X, kalau n = 10 dan q =0,1

a.Distribusi Binomial

b.Distribusi Poisson

c.Cari E ( X ) dan Var ( X ), masing-masing dengan menggunakan Distribusi Biomial dan Poisson

10.Variabel acak X mempunyai distribusi normal dengan rata-rata µ = 10 dan varians σ2 = 16, berapakah lebih probabilitasnya bahwa X lebih besar dari 8 tetapi lebih kecil dari 13?

**Kesimpulan**

Dari jabaran diatas dapat kita simpulkan bahwa:Probabilitas adalah kemungkinan yang terjadi berdasarkan keadaan yang telah ada.

Probabilitas ada dua macam, yaitu: Probabilitas a priori dan Probabilitas relative frekuensi.

tindakan yang kita ambil berdasarkan resiko yang mungkin timbul dari pilihan kita berkaitan dengan probabilitas yang ada. Setelah kita mempelajari Probabilitas, tentunya bisa diterapkan dalam kehidupan sehari-hari sehingga ilmu itu bisa berkembang dan bisa diterapkan dengan ilmu lain.

 **Daftar Pustaka**

*Azwar, Saifudin. 1997. Metode Kualitatif. Psikologi UGM. Yogyakarta.*

Djarwanto. Ps. 1993. Metode Statistika. BPFE. Yogyakarta

Hadi . Sutrisno. 1986. Metode Statistika. BPFE. Yogyakarta

Hadi. Sutrisno. 1986. Statistik Induktif. BPFE. Yogyakarta

Santoso, Singgih, 2001, Buku Latihan SPSS Statistik Multivariat, PT. Elexmediatindo. Jakarta.

Sudjana. 2010. Statistika. Tarsito. Bandung.

Walphole Myers, dkk. 1998. Statistical & Probability For Enginer & Science. New York. USA

istiarto.staff.ugm.ac.id/docs/statpro/SDP04%20Probabilitas.pdf

<https://fallawatekke.wordpress.com/2015/03/15/probabilitas-dan-statistika/>

<https://ocw.upj.ac.id/files/Handout-INF107-PS-Pertemuan-2.doc>