Universitas Esa Unggul

Smart, Creative and Entrepreneurial

www.esaunggul.ac.id

ELEMEN MATEMATIKA DASAR

KEMAMPUAN AKHIR YANG DIHARAPKAN

Mahasiswa mampu untuk menganalisis serta menerapkan konsep elemen matematika dasar

Sistem Bilangan Riil

Bilangan bulat (positif&negatif)
Integers (positive&negative – the set of all integers)

Bilangan pecahan (positif&negatif)
Fractions (positive&negative – the set of all integers)

Bilangan Rasional
(Rational numbers)

Bilangan Irasional
(Irational numbers)

Bilangan Riil-himpunan semua bilangan riil
Real Numbers – the set all real numbers

Bilangan bulat

- Contoh :

1. Bilangan bulat positif = 1, 2, 3, 4, 5, dst
2. Bilangan bulat negatif = -10, -9, -8, -7, -6, dst
3. Bilangan bulat netral = 0

Bilangan Pecahan

- Sering disebut sebagai hasil pembagian / rasio dari dua bilangan bulat

- Contoh :

1. Bilangan pecahan positif = ½ , 2/3 , ¾ , 0,66, 0,75, dst
2. Bilangan pecahan negatif = -1/2, -2/3, -3/4, -0,66, -0,75, dst

Bilangan Irasional

Didefinisikan sebagai suatu bilangan yang tak dapat dinyatakan sebagai bilangan pecahan

Contoh:

Nilai dari $\sqrt{2}$ =1.41423

Nilai dari π = 3.14159

Bilangan Riil

- Merupakan gabungan dari bilangan bulat, bilangan pecahan, bilangan rasional, serta bilangan irasional

- Himpunan semua bilangan riil umumnya dinotasikan dengan notasi "R" serta dinyatakan pada suatu garis lurus atau disebut garis riil

Angka Imajiner dan Angka Kompleks

- Angka Imajiner didefinisikan sebagai angka yang merupakan akar dari angka negatif "-" sehingga tidak termasuk dalam bilangan riil, contoh:

$$i = \sqrt{-1}$$

- Sehingga misalkan berapa nilai dari $\sqrt{-16}$ dan $\sqrt{-9}$

$$= \sqrt{16} \times \sqrt{-1} = 4 \text{ x } i = 4i$$

$$= \sqrt{9} \times \sqrt{-1} = 3 \text{ x } i = 4i$$

Angka Imajiner dan Angka Kompleks

- Angka kompleks didefinisikan sebagai angka yang terdiri dari gabungan bilangan riil dan angka imajiner

- Contoh :

1. (8 + i)
2. (-3 +5i)
3. (1/2 + 3i)
4. dst

1. Bentuk penjumlahan:
   (a+bi) – (c +di) = (a – c) +(b – d)i
   Bentuk perkalian
   (a x bi) (c+di) = (ac - bd) + (bc + ad)I

2. Bentuk pembagian

$$\frac{a+bi}{c+di} = \left(\frac{ac+bd}{c^2+d^2}\right) + \left(\frac{bc-ad}{c^2+d^2}\right)i.$$

Pembagian dapat didefinisikan dengan cara ini, karena pengamatan sebagai berikut:

$$\frac{a+bi}{c+di} = \frac{(a+bi)\cdot(c-di)}{(c+di)\cdot(c-di)} = \left(\frac{ac+bd}{c^2+d^2}\right) + \left(\frac{bc-ad}{c^2+d^2}\right)i.$$

VARIABEL, KONSTANTA, KOEFISIEN, PARAMETER

Variabel

- Merupakan sesuatu yang dapat dinyatakan dengan angka (bilangan) atau nilai
- Variabel pada suatu fungsi terdiri dari :
  1. Variabel tergantung (dependent variabel), yaitu suatu variabel yang berada di kanan persamaan fungsi
  2. Variabel bebas (independent variables), yaitu variabel-variabel di kiri persamaan fungsi

Contoh :

- $3x + 1 = 5z$

maka x disebut variabel bebas, sedangkan z disebut variabel terikat

Jenis Variabel

Variabel Independen
Variabel yang terjadi karena perubahan dan menimbulkan variabel terikat atau variabel dependen. Variabel ini disebut variabel bebas dan bisa berkaitan dengan variabel kuasa, variabel pengaruh dan masih banyak sebutan lainnya.
variabel Dependen
Variabel yang tidak bebas, terikat dan memppengaruhi setiap variabel bebas atau variabel independen

Konstanta, Koofisien, dan Parameter

- Konstanta didefinisikan sebagai suatu variabel dengan angka atau nilai yang tetap atau pasti
- Koofisien didefinisikan sebagai konstan (angka) di depan suatu variabel
- Parameter didefinisikan sebagai suatu koefisien tetapi tidak berupa angka tetapi dalam huruf (kecil biasanya)
- Contoh:

1. $3x + 1 = 5z$ maka 3 = kofisien; x dan z = variabel; 1 = konstanta
2. $mx - 3 = y$ maka m = parameter; x dan y = variabel; 3 = konstanta

- Variabel bebas dan terikat

$$f(x) = x^2 + 2x + 3$$

Maka x merupakan variabel bebas. Variabel bebas, artinya dapat mengganti x dengan bilangan apa saja, atau bilangan yang ada pada domain yang diberikan lalu menghitung nilainya

$$y = x^2 + 2x + 3$$

Maka y adalah variabel terikat karena bergantung pada nilai x (subtitusi)

- Parameter dilambangkan dengan huruf, dapat diganti dengan bilangan, mirip dengan variabel tetapi maknanya berbeda

$$f(x) = ax^2 + bx + c;\ a \neq 0$$

- a, b, c merupakan parameter dari persamaan tersebut. a, b, dan c boleh diganti dengan bilangan lain dengan syarat a $\neq 0$

SISTEM OPERASIONAL DASAR MATEMATIKA

Aturan Pangkat

Aturan untuk pangkat berlaku untuk semua bilangan serta variabel. Dengan menggunakan variabel x dan y dengan suatu bilangan bulat m dan n, maka dapat dijabarkan aturan pangkat sebagai berikut

1. $x^1 = x$
2. $x^n = x \cdot x \ldots x$ – merupakan perkalian dari variabel x sebanyak n kali
3. $x^0 = 1$; dimana $x \neq 0$, jika 0^0 = tidak terdefinisi
4. $x^m \cdot x^n = x^{m+n}$
5. $\frac{x^m}{x^n} = x^{m-n}$; dimana $x \neq 0$; Apabila m = n, maka $x^{m-n} = x^0 = 1$
6. $x^{-n} = \frac{1}{x^n}$
7. $x^{1/n} = \sqrt[n]{X}$
8. $(x^m)^n = x^{mn}$
9. $x^m \cdot y^m = (xy)^m$

Ketidaksamaan

Aturan untuk ketidaksamaan yang memiliki variabel a dan b untuk bilangan riil adalah sebagai berikut:

- Ketidaksamaan bersifat transitif:

  Apabila $a > b$ dan $b > c$, maka $a > c$, atau

  Apabila $a \geq b$ dan $b \geq c$, maka $a \geq c$

- Tambah-kurang

  $a > b$, maka $a \pm k > b \pm k$

- Perkalian dan pembagian

  $a > b$, maka untuk bilangan bulat atau bilangan pecahan k:

Ka > kb (apabila k positif) dan ka< kb (apabila k negatif)

- Pangkat

  $a > b$ (dimana $b \geq 0$), maka $a^n > b^n$

Nilai Mutlak

Nilai Mutlak dari setiap bilangn riil n adalah setelah tanda + (positif) atau – (negatif) dihilangkan dan dalam tanda | | dengan ilustrasi sebagai berikut:

$\lvert n \rvert = \begin{cases} n & jika\ n > 0 \\ -n & jika\ n < 0 \\ 0 & jika\ n = 0 \end{cases}$	$\lvert 15 \rvert = \begin{cases} 15 & jika\ n > 0 \\ -15 & jika\ n < 0 \\ 0 & jika\ n = 0 \end{cases}$ $jadi,\ jika\ \ n = -15,\ maka \lvert -15 \rvert = -(-15) = 15$
Nilai absolute dari n disebut *the modulus of n*	

Nilai Mutlak

Sehingga nilai mutlak memiliki beberapa aturan ebagai berikut:

$|x| < n$ (sama artinya dengan) $-n < x < n$ dimana $n > 0$

atau

$|x| \le n$ (sama artinya dengan) $-n \le x < \underline{n}$ dimana $n > 0$

Contoh: $|x| < 10$, maka jika $x > 0$, berarti:

$x < 10$ dan $-x < 10$ atau $x > -10$, sehingga menjadi

$-10 < x < 10$

Berlaku pula dengan tanda $\le$ berlaku cara yang sama

Nilai Mutlak

$|m| + |n| \geq |m + n|$ => tambah

$|m| - |n| \geq |m - n|$ => kurang

Contoh : $|m| + |n| \geq |m + n|$; jika

$m = 5$ dan $n = 3$, maka $|5| + |3| = |5 + 3| = 8 \rightarrow$ tanda =

$m = 5$ dan $n = -3$, maka $|5| + |3| = 8$ tapi $|5 + -3| = 2 \rightarrow$ tanda >

Contoh : $|m| - |n| \leq |m - n|$

$m = 5$ dan $n = 3$, maka $|5| - |3| = |5 - 3| = 2 \rightarrow$ tanda =

$m = 5$ dan $n = -3$, maka $|5| - |3| = 2$ tapi $|5 - -3| = 8 \rightarrow$ tanda <

Nilai Mutlak

3. $|m| \cdot |n| = |m \cdot n|$ → perkalian

   dengan $m = 5$ dan $n = 3$, maka $|5| \cdot |3| = |5 \cdot 3| = 15$

   dengan $m = 5$ dan $n = -3$, maka $|5| \cdot |3| = 15$ tapi $|5 \cdot -3| = |-15| =$

   $-(-15) = 15$

$$\frac{|m|}{|n|} = \left|\frac{m}{n}\right|$$

HIMPUNAN

HIMPUNAN

Suatu himpunan adalah kumpulan dari obyek yang berbeda dimana :

☑Obyek dari suatu set disebut elemen set

☑Jenis obyek dapat berupa angka, perorangan, jenis makanan, atau lainnya.

☑Contoh set (semesta) :

- Set dari semua mahasiswa di suatu kelas
- Set dari 3 angka bilangan bulat yaitu 2, 3 dan 4

Notasi Set

Terdapat dua cara penulisan set (misal untuk set dari 3 angka bulat, yaitu {2, 3, 4}

1. Dengan hitungan obyek, maka set S dari 3 objek bilangan (integers) ditulis S = {2, 3, 4}
2. Dengan deskripsi obyek, maka set I dari semua bilangan bulat positif:
   - Contoh 1:

     I = {x | x bilangan bulat positif)

     dibaca I adalah set dari semua bilangan x dimana x adalah setiap bilangan bulat (a poitive integer)
   - Contoh 2:

     J: {x | 2 < x < 5)

     Dibaca : J adalah set dari semua bilangan riil (all real numbers) lebih besar dari 2 tapi kurang dari 5
   - Contoh 3 :

     $x \in R$ menyatakan bahwa variabel x adalah sejumlah bilangan riil $\in$ = ELEMEN set sedang ($\notin$ bukan elemen set)

Jenis Set pada Himpunan

1. Set terbatas, yaitu set yang mempunyai elemen dengan jumlah yang dapat dihitung (bersifat terbatas jumlah elemennya)

   Contoh: S = {2, 3, 4}

2. Set tak terbatas, yaitu set yang mempunyai elemen dengan jumlah yang banyak sekali tetapi masih dapat dihitung

   Contoh: I = {x | x bilangan bulat positif}

   J = {x | 2 < x < 5} bilangan bulat positif

   $x \in R$

Notasi Subset

Subset $\subset$ menunjukkan suatu elemen dari suatu set himpunan (himpunan bagian) :

misal untuk set S = {1, 3, 5, 7, 9}, maka

setiap elemen S, misal $R \subset S$ dimana set R = {5}

setiap pasangan 2 (pairs) misal dengan set T = {3,7} sehingga $T \subset S$

setiap pasangan 3 (triple) dengan set M = {1, 3, 5} sehingga $M \subset S$

dan seterusnya

Bilangan Kosong dan Jumlah Subset

- Null set ∅ atau bilangan kosong adalah subset S yang terkecil
- Bilangan kosong ∅ juga didefinisikan sebagai subset (himpunan bagian) dari suatu set (semesta) yaitu

$$\phi \subset S$$

- Jumlah dari suatu himpunan bagian dirumuskan:

  2^n dimana n = jumlah elemen dari setiap set

Sehingga jika ada suatu S = {1, 3, 5,7, 9} YANG mempunyai elemen sebanyak 5 atau n = 5

Dua Set Sama

A = B, berarti set A = set B, apabila mempunyai elemen yang sama walaupun dengan urutan masing-masing set yang berbeda

Contoh: A = {2, 7, a, f} dan B = {2, a, 7, f}

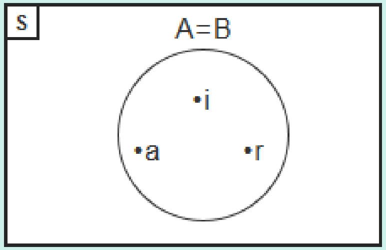
Contoh:

$A = \{a, i, r\}$

$B = \{r, i, a\}$

Kedua himpunan mempunyai jenis anggota yang sama.

Diagram Venn:



ATURAN OPERASIONAL HIMPUNAN

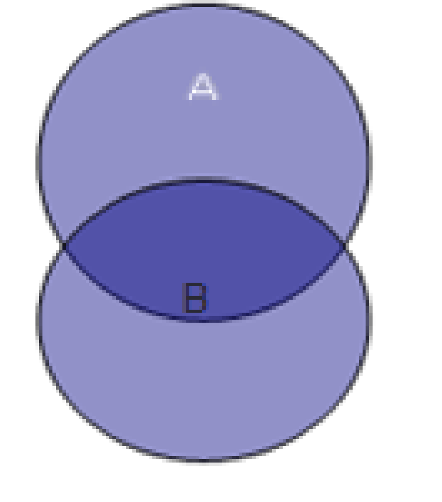
Sama dengan operasional pangkat, ketidaksamaan, serta nilai mutlak, himpunan memiliki aturan operasional yang terdiri dari:

Union/gabungan ∪

A ∪ B, merupakan suatu set hasil gabungan atau kombinasi atau tambah set A dan set B

contoh A = {3, 5,7} dan B = {2, 3, 4, 8}

maka A∪B = {2, 3, 4, 5, 7, 8}



2. Intersection / irisan $\subset$

   $A \subset B$; merupakan suatu set hasil irisan atau perpotongan antara set A dan set B

   contoh A = {3, 5, 7} dan B = {2, 3, 4, 8),

   maka $A \subset B$ = {3}

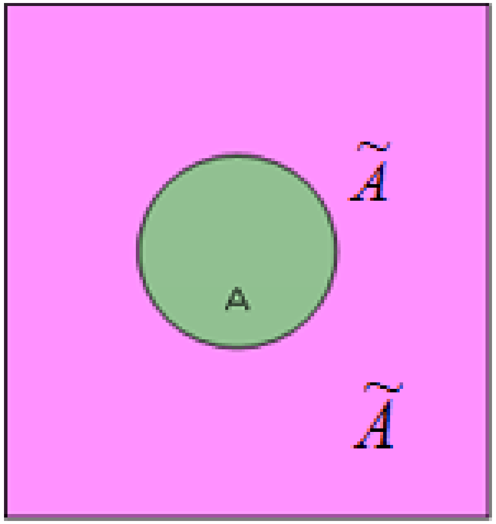
3. Komplemen

   $\tilde{A}$ = notasi untuk komplemen set A

   Misal, S = {5, 6, 7, 8, 9}, A = {5, 6}

   sehingga $\tilde{A}$ = {7, 8, 9}, jadi

   $\tilde{A}$ = {x | x ∊ U dan x ∉ A} = {7, 8, 9)



- Himpunan saling lepas jika kedua himpunan tidak mempunyai anggota yang sama, ditulis dengan A || B

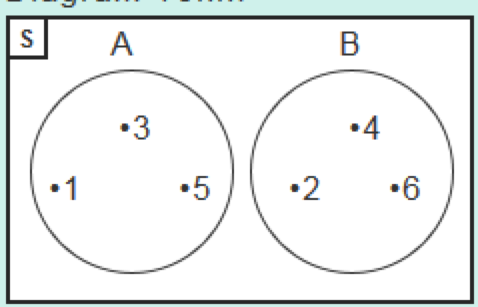
Contoh:

$A = \{bilangan\ ganjil\}$

$B = \{bilangan\ genap\}$

$Kedua\ himpunan\ tidak\ mempunyai\ jenis\ anggota\ yang\ sama.$

Diagram Venn:



1. Operasi komulatif:

   $A \cup B = B \cup A$; $A \cap B = B \cap A$

   atas dasar $a + b = b + a$; $a \times b = b \times a$

2. Operasi asosiasi

   $A \cup (B \cup C) = (A \cup B) \cup C$

   atas dasar $a + (b + c) = (a+b)+c$

   $A \cap (B \cap C) = (A \cap B) \cap C$

   atas dasar $a \times (b \times c) = (a \times b) \times c$

Operasi distributif

$A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$

$A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$

Atas dasar $a \times (b + c) = (a \times b) + (a \times c)$

Irisan

$A \cap B = \{x : x \in A \text{ dan } x \in B\}$

Gabungan

$A \cup B = \{x : x \in A \text{ atau } x \in B\}$

Penjumlahan

$A + B = \{x : x \in A, x \in B, x \notin (A \cap B)\}$

Pengurangan

$A - B = A \setminus B = \{x : x \in A, x \notin B\}$

Komplemen

$A^c = \{x : x \notin A, x \in S\}$

Sifat pengurangan

$A - A = \varnothing,\ A - \varnothing = A,\ A - B = A \cap B^c$

$A - (B \cup C) = (A - B) \cap (A - C)$

$A - (B \cap C) = (A - B) \cup (A - C)$

Sifat identitas

$A \cap \varnothing = \varnothing,\ A \cap S = A,\ A \cup \varnothing = A, A \cup S = S$

Sifat idempoten

$A \cap A = A,\ A \cup A = A$

Sifat himpunan bagian

$(A \cap B) \subseteq A, (A \cap B) \subseteq B, (A - B) \subseteq A$

Jika $A \subseteq B$, maka $A \cap B = A$, $A \cup B = B$, $B^c \subseteq A^c$ dan $A \cup (B - A) = B$

Sifat refleksif

$A = A, A \subseteq A,\ A \sim A$

Sifat simetrik

Jika $A = B$, maka $B = A$

Jika $A \sim B$, maka $B \sim A$

Sifat transitif

Jika $A = B$ dan $B = C$, maka $A = C$

Jika $A \subseteq B$ dan $B \subseteq C$, maka $A \subseteq C$

Jika $A \sim B$ dan $B \sim C$, maka $A \sim C$

Sifat komutatif

$A \cap B = B \cap A$ dan $A \cup B = B \cup A$

Sifat asosiatif

$A \cap (B \cap C) = (A \cap B) \cap C$

$A \cup (B \cup C) = (A \cup B) \cup C$

Sifat distributif

$A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$

$A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$

Sifat Komplemen

$A \cap A^c = \varnothing,\ A \cup A^c = S,\ (A^c)^c = A,\ S^c = \varnothing,\ \varnothing^c = S$

$(A \cap B)^c = A^c \cup B^c$ dan $(A \cup B)^c = A^c \cap B^c$

Diagram Venn

- Diagram Venn dapat digunakan untuk menyatakan hubungan dan operasi-operasi antara 2 himpunan atau lebih.

  Aturan Diagram Venn:
  Himpunan Semesta (S) digambarkan dengan persegi panjang & lambang S ditulis di pojok kiri atas.
- Setiap himpunan bagian digambarkan dengan lingkaran & nama himpunan tersebut ditulis di dekat lingkaran himpunan tersebut
- Setiap anggota himpunan ditunjukkan dengan noktah (•) & nama anggota ditulis di dekat noktah tersebut

Cara Menghitung Total Himpunan Bagian

- Total himpunan bagian A = $2^{n(A)}$
- Dimana n(A) = banyaknya anggota himpunan A
- Jika A = $2^{n(A)}$, maka jumlah himpunan bagian A memiliki k anggota

$$= \frac{m!}{(m-k)! \times k!}$$

- Dimana ! Adalah faktorial. Contoh 6! = 6 x 5 x 4 x 3 x 2 x 1

TERIMAKASIH