MODUL ALJABAR LINIER
(MIK106)

Materi 11

APLIKASI FUNGSI PERSAMAAN LINIER

Manajemen Informasi Kesehatan
Universitas Esa Unggul
2018

MATERI 11

APLIKASI FUNGSI PERSAMAAN LINIER

A. Pendahuluan

Pada materi ke 11 ini, kita akan mempelajari tentang penerapan atau aplikasi dari fungsi persamaan linier. Persamaan linier baik itu berupa satu, dua ataupun lebih persamaan linier dapat digunakan untuk menyelesaikan masalah dalam kehidupan sehari-hari. Fungsi linier membentuk sebuah model yang dari model ini kita ingin mendapatkan solusi terbaik atau optimal.

B. Kompetensi Dasar

Mengetahui penerapan atau aplikasi dari fungsi persamaan linier untuk memecahkan permasalahan sehari-hari.

C. Kemampuan Akhir yang Diharapkan

- Mahasiswa diharapkan mampu mengetahui apikasi dari fungsi linier.

D. Kegiatan Belajar

APLIKASI FUNGSI PERSAMAAN LINIER

Persamaan linear menggunakan satu atau lebih variabel dimana satu variabel bergantung pada yang lain. Hampir setiap situasi di mana ada kuantitas yang tidak diketahui dapat diwakili oleh persamaan linier, seperti menghitung pendapatan dari waktu ke waktu, menghitung suku bunga, atau memprediksi keuntungan.
Banyak orang menggunakan persamaan linier setiap hari, bahkan jika mereka melakukan perhitungan di kepala mereka tanpa menggambar grafik garis.

Membuat Prediksi

Salah satu cara paling ampuh untuk menerapkan persamaan linier dalam kehidupan sehari-hari adalah membuat prediksi tentang apa yang akan terjadi di masa depan. Jika panitia penjualan roti menghabiskan \$ 200 untuk memulai awal biaya dan kemudian menghasilkan \$ 150 per bulan dalam penjualan, persamaan linier y = 150x – 200 dapat digunakan untuk memprediksi keuntungan kumulatif dari bulan ke bulan. Misalnya, setelah enam bulan, panitia bisa berharap mendapat untung \$ 700 karena (150 x 6) – 200 = \$ 700. Sementara faktor dunia nyata tentu mempengaruhi prediksi akurat, mereka dapat menjadi indikasi yang baik tentang apa yang akan terjadi di masa depan. Persamaan linear adalah alat yang memungkinkan hal ini terjadi.

Penganggaran

Perencana pesta memiliki anggaran terbatas untuk acara yang akan datang. Dia harus mencari tahu berapa biaya untuk kliennya untuk menyewa ruang dan membayar per orang untuk makan. Jika biaya sewa adalah \$ 780 dan harga per orang untuk makanan adalah \$ 9,75, persamaan linier dapat dibangun untuk menunjukkan total biaya, yang dinyatakan sebagai y, untuk sejumlah orang yang hadir, atau x. Persamaan linier akan ditulis sebagai y = 9.75x + 780. Dengan persamaan ini, perencana pesta dapat mengganti sejumlah tamu pesta dan memberi kliennya biaya aktual dari kejadian tersebut dengan biaya makanan dan sewa disertakan.

Laju Perubahan

Fungsi linear berlaku untuk masalah dunia nyata yang melibatkan tingkat konstan. Permasalahan di dunia nyata adalah linear, seperti jarak yang ditempuh ketika melakukan jogging, maka dapat dibuat grafik fungsi dan dibuat beberapa asumsi hanya dengan dua poin. Kemiringan fungsi sama dengan **laju perubahan** untuk variabel dependen (y). Misalnya, jika Anda menggambar jarak vs. waktu, maka kemiringannya **(Slope)** adalah seberapa cepat jarak Anda berubah dengan waktu, atau dengan kata lain, kecepatan Anda.

Kata kunci:
laju perubahan : Rasio antara dua kuantitas terkait yang berubah.
persamaan linear : Persamaan polinomial derajat pertama (seperti x = 2y − 7).
Kemiringan : Rasio jarak vertikal dan horizontal antara dua titik pada garis; nol jika garis horizontal, tidak terdefinisi jika vertikal.

Persamaan linear sering termasuk ke dalam laju perubahan. Sebagai contoh, laju perubahan jarak dari waktu ke waktu disebut kecepatan. Jika dua titik waktu dan total jarak yang ditempuh diketahui seagai laju perubahan, juga dikenal sebagai kemiringan, maka dapat ditentukan. **Dari informasi ini, persamaan linear dapat ditulis dan prediksi dapat dibuat dari persamaan garis.**

Jika unit atau kuantitas sehubungan dengan sesuatu yang berubah yang tidak ditentukan, biasanya rate-nya per satuan waktu. Jenis angka yang paling umum adalah "per unit waktu", seperti kecepatan, detak jantung, dan fluks. Rasio yang memiliki penyebut bukan waktu termasuk nilai tukar, tingkat melek huruf, dan medan listrik (dalam volt / meter).

Dalam menggambarkan unit tingkat, kata "per" digunakan untuk memisahkan unit dari dua pengukuran yang digunakan untuk menghitung laju (misalnya denyut jantung dinyatakan "denyut per menit").

Laju perubahan: Aplikasinya di Dunia Nyata

Contoh:

Seorang atlet mulai berlatih normal untuk marathon berikutnya pada malam hari. Pukul 18.00 ia mulai berlari dan meninggalkan rumahnya. Pada pukul 19.30, atlet menyelesaikan lomba lari di rumah dan telah berlari sejauh 7,5 mil. Seberapa cepat kecepatan rata-rata selama jalannya lari?

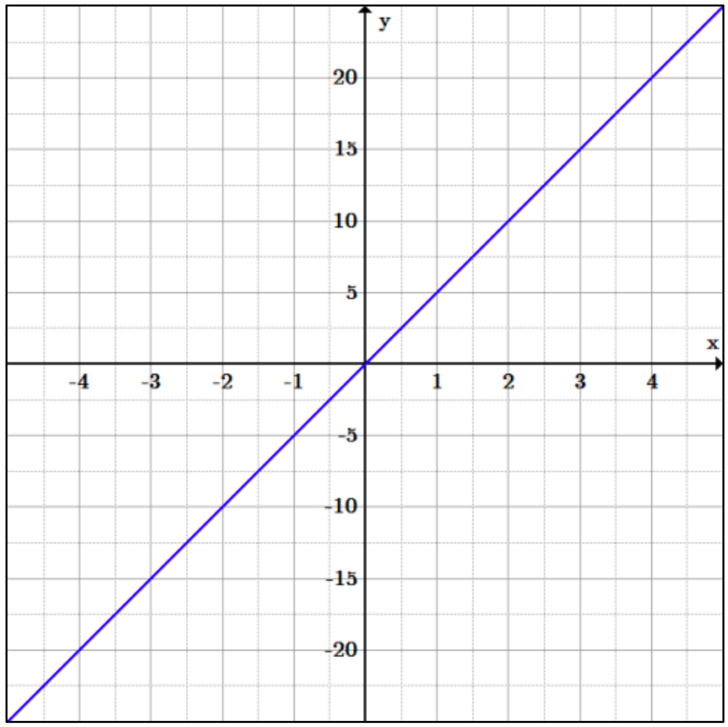
Laju perubahan adalah kecepatan larinya; jarak dari waktu ke waktu. Oleh karena itu, kedua variabel tersebut adalah waktu (x) dan jarak (y).

Titik pertama adalah di rumahnya, di mana jam tangannya membacakan 18:00 sore. Ini adalah waktu mulai jadi dapat diatur menjadi 0.

Jadi poin pertama adalah (0,0) karena dia belum lari kemana-mana. Mari pikirkan waktu dalam hitungan jam. Poin kedua adalah 1,5 jam kemudian, dan pelari berlari 7,5 mil. Poin kedua adalah (1.5, 7.5). Kecepatan (laju perubahan) bisa dikatakan hanyalah kemiringan (Slope) garis yang menghubungkan dua titik. Kemiringan persamaanya: m = $\frac{y2-y1}{x2-x1}$ menjadi m = 7.5/1.5 = 5 mil per jam.

Contoh: Grafik garis yang menggambarkan kecepatan

Untuk membuat grafik garis ini, kita memerlukan y-*intercept* dan kemiringan (slope) untuk menulis persamaan. Kemiringannya 5 mil per jam dan sejak titik awal adalah (0,0), y-intercept adalah 0. Jadi fungsi terakhir kita adalah y = 5x.



Grafik jarak dan waktu: Grafik y = 5x. Kedua variabel adalah waktu (x) dan jarak (y). Kecepatan *runner* adalah 5 mil per jam. Dengan menggunakan grafik, prediksi dapat dibuat dengan asumsi bahwa kecepatan rata-ratanya tetap sama.

Dengan fungsi baru ini, maka dapat menjawab beberapa pertanyaan lagi.

- Berapa mil yang dia tempuh setelah setengah jam pertama? Menggunakan persamaan, jika x = 1/2, pemecahannya untuk y adalah, Jika y = 5x, maka y = 5 (0,5) = 2,5mil.
- Jika dia terus berlari dengan kecepatan yang sama untuk total 3 jam, berapa mil dia akan lari? Jika x = 3, pemecahannya untuk y, Jika y = 5x, maka y = 5 (3) = 15 mil.

Ada banyak aplikasi untuk persamaan linear. Apa pun yang melibatkan tingkat perubahan konstan dapat diwakili dengan baik dengan garis dengan kemiringan. Selama hanya memiliki dua poin, jika tahu fungsinya linear, maka dapat membuat grafik dan mulai mengajukan pertanyaan dan prediksi. Pastikan saja apa yang diminta dan grafik dengan masuk akal. Misalnya, dalam contoh maraton, domain benar hanya x ≥ 0, karena tidak masuk akal untuk masuk ke waktu negatif dan kehilangan mil.

Model Matematika Linear

Model matematika linear menggambarkan aplikasi dunia nyata dengan garis. Model matematika menggambarkan sistem yang menggunakan konsep dan bahasa matematika.

Model matematika linear dapat digambarkan dengan garis. Misalnya, sebuah mobil melaju dengan 50 mph, telah menempuh jarak yang diwakili oleh $y = 50x$, di mana x adalah waktu dalam jam dan y adalah mil. Persamaan dan grafik dapat digunakan untuk membuat prediksi.

Aplikasi dunia nyata juga dapat dimodelkan dengan beberapa jalur seperti jika dua kereta melakukan perjalanan satu sama lain. Titik di mana dua garis berpotongan adalah titik di mana kereta bertemu.

Kata kunci:

model matematis : Representasi matematis abstrak dari suatu proses, perangkat, atau konsep; menggunakan sejumlah variabel untuk mewakili input, output, status internal, dan set persamaan dan ketidaksetaraan untuk menggambarkan interaksi mereka.

regresi linier : Suatu pendekatan untuk memodelkan hubungan linear antara variabel dependen y dan variabel independen x.

Model matematika adalah deskripsi sistem yang menggunakan konsep dan bahasa matematika. Model matematika tidak hanya digunakan dalam ilmu alam dan disiplin teknik, tetapi juga dalam ilmu sosial. Pemodelan linier dapat mencakup perubahan populasi, biaya panggilan telepon, biaya menyewa sepeda, manajemen berat badan, atau penggalangan dana. Model linier mencakup laju perubahan (m) dan jumlah awal, y-intercept b. Setelah model ditulis dan grafik garis dibuat, salah satu dapat digunakan untuk membuat prediksi tentang perilaku.

Banyak kegiatan sehari-hari memerlukan penggunaan model matematika, mungkin secara tidak sadar. Salah satu kesulitan dengan model matematika terletak pada menerjemahkan aplikasi dunia nyata menjadi representasi matematika yang akurat.

Contoh: Menyewa Mobil Van Bergerak

Perusahaan penyewaan membebankan biaya tetap sebesar \$ 30 dan tambahan \$ 0,25 per mil untuk menyewa van. Tulis persamaan linear untuk memperkirakan biaya y (dalam dolar) dalam hal x, yaitu jumlah mil mobil melau. Berapa biaya perjalanan 75 mil?

Menggunakan bentuk pemotongan-kemiringan (slope-intercept) dari persamaan linear, dengan total biaya adalah y (variabel dependen) dan mil adalah x (variabel bebas):

$$\mathbf{y = mx + b}$$

Total biaya sama dengan tarif per mil dikali jumlah mil yang digerakkan ditambah biaya untuk biaya tetap:

$$\mathbf{y = 0{,}25x + 30}$$

Untuk menghitung biaya 75 perjalanan mil, ganti 75 untuk x ke dalam persamaan:

$$
\begin{aligned}
\mathbf{Y} &= \mathbf{0{,}25x + 30} \\
&= \mathbf{0{,}25\ (75) + 30} \\
&= \mathbf{18{,}75 + 30} \\
&= \mathbf{48{,}75}
\end{aligned}
$$

Model di kehidupan nyata dengan beberapa persamaan

Juga dimungkinkan untuk memodelkan beberapa baris dan persamaannya.

Contoh:

Awalnya, kereta A dan B berjarak 325 bermil-mil jauhnya dari satu sama lain. Kereta A melakukan perjalanan menuju B pada 50 mil per jam dan kereta api B menuju A pada 80 mil per jam. Jam berapa kedua kereta akan bertemu? Pada saat ini seberapa jauh perjalanan kereta api?

Pertama, mulailah dengan posisi awal kereta api, (y-intercepts, b). Kereta A dimulai dari saat kondisi awal, (0,0). Karena kereta B berjarak 325 mil dari kereta A awalnya, posisinya adalah (0,325).

Kedua, untuk menulis persamaan yang mewakili jarak total masing-masing kereta dalam hal waktu, hitunglah tingkat perubahan untuk setiap kereta. Karena kereta A bepergian menuju kereta api B, yang memiliki nilai y lebih besar, laju perubahan kereta A harus positif dan sama dengan kecepatannya 50. Kereta B melakukan perjalanan menuju A, yang memiliki nilai y yang lebih rendah, memberikan B tingkat perubahan negatif: −80

Dua garis tersebut adalah:

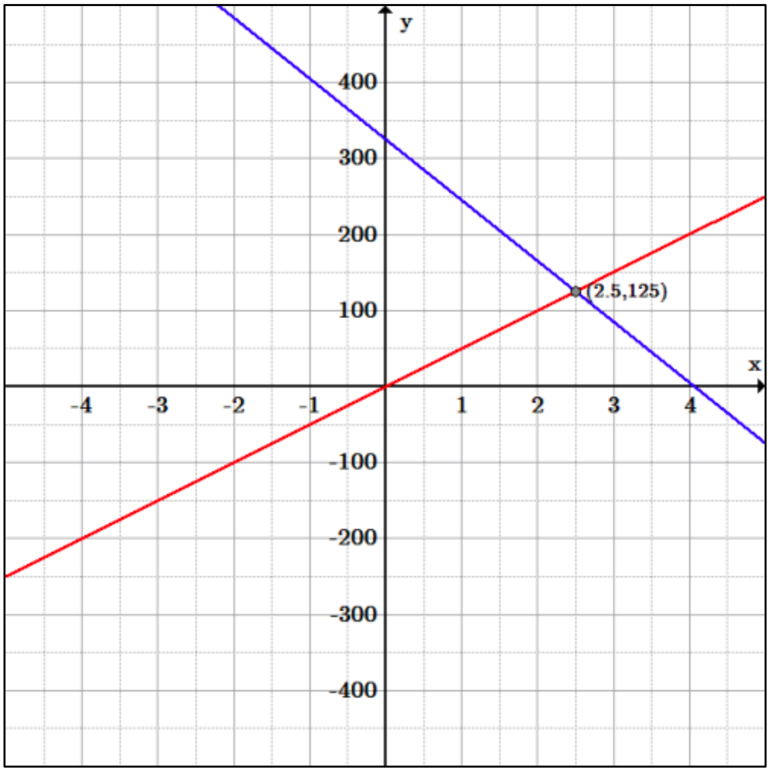
yA = 50x, dan **yB = −80x + 325**

Kedua kereta akan bertemu di mana **dua garis berpotongan**. Untuk menemukan di mana dua garis berpotongan atur persamaan sama satu sama lain dan selesaikan untuk x:

- ➔ yA = yB
- ➔ 50x = −80x + 325
- ➔ Memecahkan x memberi:
- ➔ x = 2,5

Kedua kereta bertemu setelah 2.5 jam. Untuk menemukan di mana tempatnya, pasang 2.5 ke dalam persamaan. Memasukkannya ke persamaan pertama memberi kita 50 (2,5) = 125, yang berarti bertemu setelah A melakukan perjalanan 125 mil.

Berikut adalah model grafik jarak terhadap waktu dari dua kereta api:



Kereta: Kereta A (garis merah) diwakili oleh persamaan: y = 50x, dan Kereta B (garis biru) diwakili oleh persamaan: y = −80x + 325. Kedua kereta bertemu di titik persimpangan (2.5, 125), yang setelah 125 mil dalam 2,5 jam.

Curve Fitting

Kurva pas dengan garis mencoba untuk menarik garis sehingga "cocok" untuk semua data. Fitting kurva berguna untuk menemukan kurva yang paling sesuai dengan data. Ini memungkinkan asumsi tentang bagaimana data tersebar secara kasar dan prediksi tentang titik data di masa mendatang.

Regresi linier mencoba membuat grafik garis yang paling sesuai dengan data. Pendekatan kuadrat terkecil biasa adalah jenis regresi linier yang meminimalkan jumlah kuadrat dari perbedaan antara nilai yang diperkirakan (dari garis), dan nilai aktual. Kemiringan garis yang mendekati n poin data diberikan oleh

$$m = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i y_i - \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i \sum_{j=1}^{n} y_j}{\sum_{i=1}^{n}(x_i^2) - \frac{1}{n}\left(\sum_{i=1}^{n} x_i\right)^2}.$$

garis y-intercept yang mendekati n titik data yang diberikan oleh:

$$b = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} y_1 - m\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i = (\bar{y} - m\bar{x})$$

Kata kunci:

- **curve fitting:** Proses membangun kurva, atau fungsi matematis, yang memiliki kesesuaian terbaik untuk serangkaian titik data, yang mungkin tunduk pada batasan.
- **outlier:** Nilai dalam sampel statistik yang tidak sesuai dengan pola atau menggambarkan sebagian besar poin data lainnya.
- **kuadrat terkecil aproksimasi:** Upaya untuk meminimalkan jumlah jarak kuadrat antara titik yang diprediksi dan titik aktual.
- **regresi linier:** Suatu pendekatan untuk memodelkan hubungan linear antara variabel dependen, y dan variabel independen, x.

Curve fitting adalah proses membangun kurva, atau fungsi matematis, yang memiliki kesesuaian terbaik dengan serangkaian titik data, yang mungkin tunduk pada batasan. Fitting kurva dapat melibatkan interpolasi, di mana cocok tepat untuk data diperlukan, atau smoothing, di mana fungsi "halus" dibangun yang mendekati data. Fitted curves dapat digunakan sebagai bantuan untuk visualisasi data, untuk menyimpulkan nilai-nilai dari suatu fungsi di mana tidak ada data yang tersedia, dan untuk meringkas hubungan antara dua atau lebih variabel. Ekstrapolasi mengacu pada penggunaan kurva dipasang di luar jangkauan data yang diamati, dan tunduk pada tingkat ketidakpastian yang lebih besar karena mungkin mencerminkan metode yang digunakan untuk membangun kurva sebanyak mencerminkan data yang diamati.

Pada bagian ini, kita hanya akan menjadi garis pas untuk titik-titik data, tetapi harus dicatat bahwa seseorang dapat memenuhi fungsi-fungsi polinomial, lingkaran, fungsi-fungsi yang bijaksana, dan sejumlah fungsi ke data dan itu adalah topik yang banyak digunakan dalam statistik.

Formula Regresi Linear

Regresi linear adalah suatu pendekatan untuk memodelkan hubungan linear antara variabel dependen, y dan variabel independen, x. Dengan regresi linier, garis dalam bentuk intercept-slope, y = mx + b ditemukan bahwa "paling sesuai" data.

Model regresi linier yang paling sederhana dan mungkin paling umum adalah pendekatan kuadrat terkecil biasa. Pendekatan ini mencoba untuk meminimalkan jumlah jarak kuadrat antara garis dan setiap titik.

$$m = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i y_i - \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} x_i \sum_{j=1}^{n} y_j}{\sum_{i=1}^{n} (x_i^2) - \frac{1}{n} (\sum_{i=1}^{n} x_i)^2}$$

Untuk menemukan kemiringan garis paling cocok, hitung dalam langkah-langkah berikut:

1. Jumlah produk dari x dan y koordinat ∑xy
2. Jumlah dari x-koordinat ∑x
3. Jumlah dari y-kolaborasi ∑y
4. Jumlah kuadrat dari x-kolaborasi $\sum(x^2)$
5. Jumlah dari x-korordinat kuadrat $(\sum x)^2$
6. Hasil bagi pembilang dan penyebut.

$$\begin{aligned} b &= \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} y_1 - m \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} x_i \\ &= (\bar{y} - m\bar{x}) \end{aligned}$$

Untuk menemukan y-intercept (b), hitung menggunakan langkah-langkah berikut:

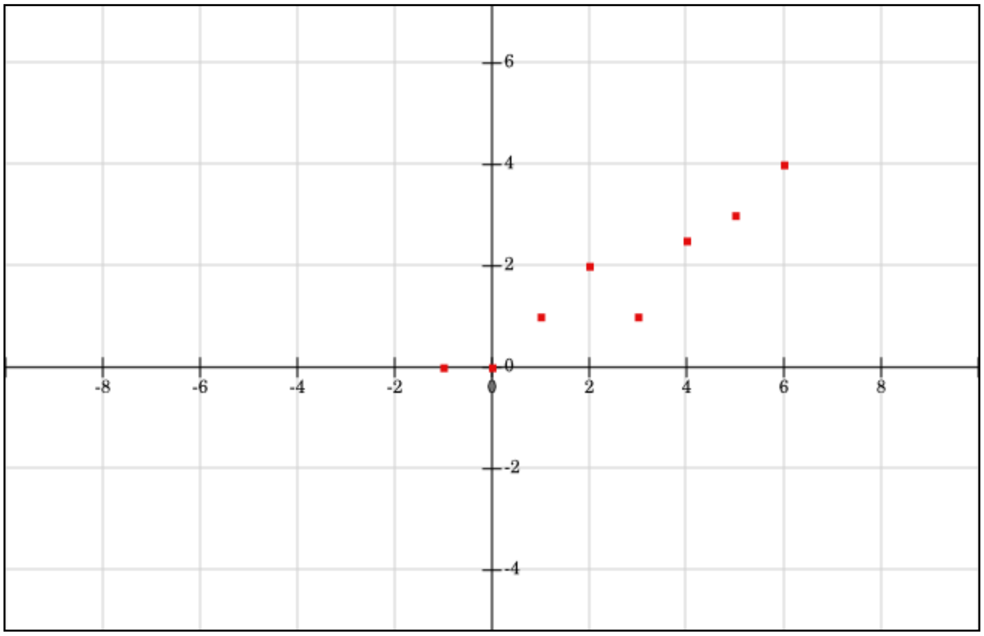
- Rata-rata dari y-koordinat. Misalkan y, diucapkan y-bar, mewakili nilai rata-rata (atau rata-rata) dari semua titik data: ¯y = 1/n . ∑y
- Rata-rata x-koordinat. Masing-masing x, diucapkan x-bar, adalah nilai rata-rata (atau rata-rata) x dari semua titik data: ¯x = 1/n . ∑x
- Ganti nilai ke dalam rumus di atas b = ¯y − m¯x

Menggunakan nilai-nilai ini dari m dan b kita sekarang memiliki garis yang mendekati titik-titik pada grafik.

Menggunakan Approved Squares Approximation

Contoh: Tulis baris sesuai kuadrat terkecil dan kemudian buat grafik garis yang paling sesuai dengan data

untuk n=8 points: (−1,0),(0,0),(1,1),(2,2),(3,1),(4,2.5),(5,3) and (6,4).



Untuk menemukan kemiringan, hitung:

1. Jumlahkan produk dari x dan y koordinat $\sum_{i=1}^{n} xiyi$
2. Jumlahkan dari x-koordinat $\sum_{i=1}^{n} xi$
3. Jumlahkan dari y-koordinat $\sum_{i=1}^{n} yi$
4. Hitung pembilang: Produk dari x dan y-koordinat minus seperdelapan produk dari jumlah koordinat x dan jumlah koordinat y
5. Hitung denominator jumlah kuadrat dari x-koordinat dikurangi seperdelapan jumlah koordinat x kuadrat

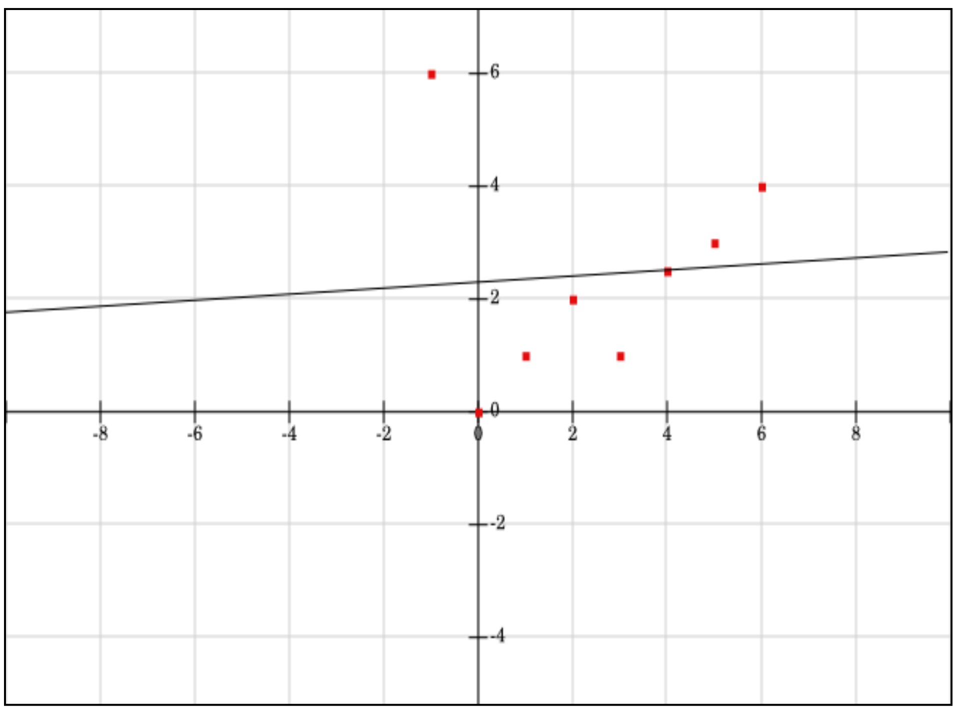
Outlier dan Least Square Regression

Jika kita memiliki titik yang jauh dari garis yang mendekati, maka itu akan memiringkan hasil dan membuat garis jauh lebih buruk. Sebagai contoh, katakanlah dalam contoh asli kami, bukan titik (−1,0) kami punya (−1,6)

Dengan menggunakan perhitungan yang sama seperti di atas dengan poin baru, hasilnya adalah: m≈0.0536 dan b≈2.3035, untuk mendapatkan persamaan baru y = 0,0536x + 2,3035.

Melihat poin dan garis pada gambar baru di bawah, baris baru ini tidak sesuai dengan data dengan baik, karena outlier (−1,6)

Memang, mencoba untuk menyesuaikan model linier dengan data yang kuadratik, kubik, atau apa pun non-linear, atau data dengan banyak pencilan atau kesalahan dapat menghasilkan perkiraan yang buruk.



Penerapan Fungsi Linier dalam Ekonomi
Fungsi Permintaan, Fungsi Penawaran dan Keseimbangan Pasar

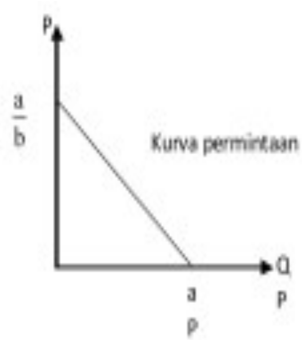
Fungsi Permintaan
Fungsi permintaan menunjukkan hubungan antara jumlah barang/jasa yang diminta oleh konsumen dengan variabel harga serta variabel lain yang mempengaruhinya pada suatu periode tertentu. Variabel tersebut antara lain harga produk itu sendiri, pendapatan konsumen, harga produk yang diharapkan pada periode mendatang, harga produk lain yang saling berhubungan dan selera konsumen

Bentuk Umum Fungsi Permintaan :

$$P = \frac{a}{b} - \frac{1}{b}Q$$

atau

Q = a – bP



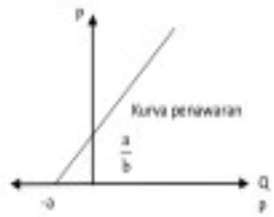
Dalam bentuk persamaan diatas terlihat bahwa variable P (price, harga) dan variable Q (quantity, jumlah) mempunyai tanda yang berlawanan. Ini mencerminkan, hukum permintaan yaitu apabila harga naikl jumlah yang diminta akan berkurang dan apabila harga turun jumlah yang diminta akan bertambah.

Fungsi Penawaran
Fungsi penawaran menunjukkan hubungan antara jumlah barang/jasa yang ditawarkan oleh produsen dengan variabel harga dan variabel lain yang mempengaruhinya pada suatu periode tertentu. Variabel tersebut antara lain harga produk tersebut, tingkat teknologi yang tersedia, harga dari faktor produksi (input) yang digunakan, harga produk lain yang berhubungan dalam produksi, harapan produsen terhadap harga produk tersebut di masa mendatang
Bentuk Umum :

$$P = \frac{a}{b} + \frac{1}{b}Q$$

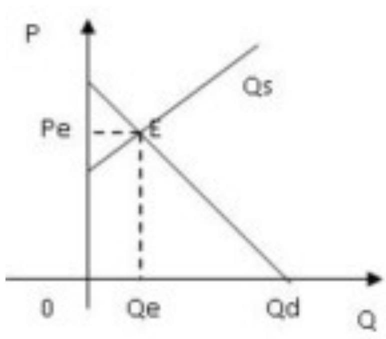
atau

Q = -a + bP



Dalam bentuk persamaan diatas terlihat bahwa variable P (price, harga) dan variable Q (quantity, jumlah) mempunyai tanda yang sama, yaitu sama-sama positif. Ini mencerminkan,
hukum penawaran yaitu apabila harga naik jumlah yang ditawarkan akan bertambah dan apabila harga turun jumlah yang ditawarkan akan berkurang.

Keseimbangan Pasar
Pasar suatu macam barang dikatakan berada dalam keseimbangan (equilibrium) apabila jumlah barang yang diminta di pasar tersebut sama dengan jumlah barang yang ditawarkan.



Syarat Keseimbangan Pasar :
Qd = Qs
Q_d = jumlah permintaan
Q_s = jumlah penawaran
E = titik keseimbangan
P_e = harga keseimbangan Q_e = jumlah keseimbangan

Contoh Soal :

Fungsi permintaan ditunjukan oleh persamaan $Q_d = 10 - 5P$ dan fungsi penawarannya adalah $Q_s = -4 + 9P$

a. Berapakah harga dan jumlah keseimbangan yang tercipta di pasar ?

b. Tunjukkan secara geometri !

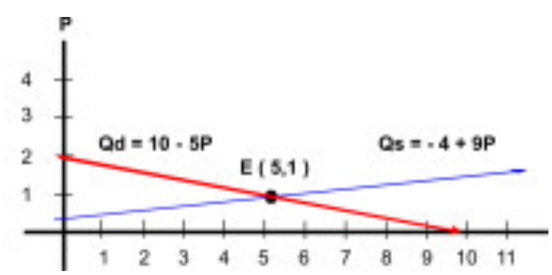
Jawab :

a.) Keseimbangan pasar :

$$Q_d = Q_s$$
$$10 - 5P = -4 + 9P$$
$$14P = 14$$
$$P = 1 \equiv P_e$$

$$Q = 10 - 5P$$
$$Q = 5 \equiv Q_e$$

Harga dan jumlah keseimbangan pasar adalah E (5,1)



Daftar Pustaka:

https://www.academia.edu/Aplikasi_Fungsi_Linear_Dalam_Ekonomi_Bagian_1

Dumairy, 2000. Matematika Terapan Untuk Ekonomi dan Bisnis. BPFE. Yogyakarta