MODUL ONLINE 2
ESA143 - MATEMATIKA

Materi 3

BARIS DAN DERET

Disusun Oleh

TEAM DOSEN

Universitas Esa Unggul

Bahan 1

URUTAN (SEQUENCES)
DAN
LIMITNYA

A. DEFINISI

☑ Suatu barisan atau urutan (a sequence) adalah suatu fungsi dari suatu variabel, atau bilangan yaitu merupakan set dari bilangan, dengan urutan dan aturan yang pasti dan tetap.
Jadi a sequence dengan notasi f(n) atau u_n mempunyai bilangan yang berurutan secara teratur atas dasar aturan yang pasti dan tetap, dimana setiap bilangan u_n pada sequence disebut *a term*:

$$f(n) = u_n = u_1,\ u_2, u_3, u_4, \ldots \text{ dan seterusnya}$$

Contoh : 5 terms pertama dari sequences berikut ini :

✪ $f(n) = \left\{\frac{2n-1}{3n+2}\right\} = \frac{1}{5}, \frac{3}{8}, \frac{5}{11}, \frac{7}{14}, \frac{9}{17}$

✪ $f(n) = \left\{\frac{1-(-1)^n}{n^3}\right\} = \frac{2}{1}, 0, \frac{2}{3^3}, 0, \frac{2}{5^3}$

✪ $f(n) = \left\{\frac{(-1)^{n-1}}{2.4.6...2n}\right\} = \frac{1}{2}, \frac{-1}{2.4}, \frac{1}{2.4.6}, \frac{-1}{2.4.6.8}, \frac{1}{2.4.6.8.10}$

✪ $f(n) = \left\{\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{8}+\ldots+\frac{1}{2^n}\right\} = \frac{1}{2},\ \left(\frac{1}{2}+\frac{1}{4}\right),\ \left(\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{8}\right),$

$\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{8}+\frac{1}{16}\right),\ \left(\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{8}+\frac{1}{16}+\frac{1}{32}\right),$

✪ $f(n) = \left\{\frac{(-1)^{n-1}x^{2n-1}}{(2n-1)\,!}\right\} = \frac{x}{1!}, \frac{-x^3}{3\,!}, \frac{x^5}{5\,!}, \frac{-x^7}{7\,!}, \frac{x^9}{9\,!}$

dimana $0\,! = 1$; $1\,! = 1$; $n\,! = 1.2.3.4 \ldots .\ n$.

Soal latihan :

Tulis 5 terms pertama dari fungsi sequences di bawah ini	Tulis fungsi sequence dari sequences di bawah ini
1. f(n) = $\left\{1-\frac{1}{2n}\right\}=?$ 2. f(n) = $\left\{(-1)^{n+1}-\frac{1}{3n-1}\right\}=?$ 3. f(n) = $\left\{\frac{2n}{1+n^2}\right\}=?$ 4. f(n)=$\left\{(-1)^{n+1}+\frac{n}{(n+1)(n+2)}\right\}=?$ 5. f(n) = $\left\{\frac{1}{2}\left[(-1)^n+1\right]\right\}=?$	1. 1, 1/3, 1/5, 1/7, 1/9, … 2. 1, −1/2, 1/3, −1/4, 1/5, … 3. 1, ¼, 1/9, 1/16, 1/25, … 4. $\frac{1}{2}, \frac{1.3}{2.4}, \frac{1.3.5.7}{2.4.6.8}, \ldots$ 5. 1/2, −4/9, 9/28, −16/65, …

☑ Definite dan infinite sequences

✪ A definite sequence mempunyai term terakhir, misal :

U_n = f(n) = 2 + 5(n − 1) = 5n − 3 ,
dimana n = 1, 2, …, 7, sehingga :

U_n = f(n) = 2, 7, 12, 17, 22, 27, 32

✪ An infinite sequence tidak mempunyai term akhir, misal :

U_n = f(n) = 1/(2n − 1) = 5n − 3 ,
dimana n = 1, 2, 3, …., sehingga :
U_n = f(n) = 1, 1/3, 1/5, 1/7, ...

Pada kedua contoh squences di atas, terdapat urutan dan aturan yang pasti dan tetap.

B. LIMIT OF A SEQUENCE

$$\lim_{n\to\infty} u_n = k \quad (suatu\ bilangan)$$

notasi di atas menyatakan bahwa suatu bilangan k adalah limit dari an infinite sequence u_1, u_2, u_3,....
Lmit dari sequence itu diperoleh (limit exists), apabila untuk semua bilangan bulat (integers) n > N (bilangan positif), maka | u_n − k | < ε

yaitu selisih antara setiap term u_n dari sequence terhadap angka limit semuanya lebih kecil dari angka positif ε.
Jadi suatu sequence mempunyai atau diperoleh (exists) limit k apabila term dari sequence secara berurutan dekat dan semakin dekat ke angka k.

Sequence yang mempunyai atau diperoleh limit (limit exists), disebut sequence yang menuju atau berhenti pada suatu angka atau titik (a convergent sequence).
Sedangkan sequence yang tidak mempunyai limit merupakan sequence yang tidak menuju atau menjauh dari limit yaitu suatu angka atau titik (a divergent sequence).

☑ Contoh 1 :

u_n = 3 + 1/n = (3n + 1)/n = 4, 7/2, 10/3, …, maka $\lim\limits_{n\to\infty} u_n = 3$

☑ Contoh 2 :

$u_n = \dfrac{3n-1}{4n+5}$ dan $\lim\limits_{n\to\infty} u_n = \dfrac{3}{4}$ dan buktinya :

Harus ditunjukkan bahwa untuk semua bilangan riil n > N (suatu bilangan) :

$\left| u_n - \dfrac{3}{4} \right| < \varepsilon$ dimana ε adalah bilangan yang sangat kecil dan positif (> 0)

sehingga :

$$\left| \frac{3n-1}{4n+5} - \frac{3}{4} \right| = \left| \frac{-19}{4(4n+5)} \right| < \varepsilon$$

maka untuk :

$$\frac{19}{4(4n+5)} < \varepsilon \quad \text{berarti} \quad \frac{4(4n+5)}{19} > \frac{1}{\varepsilon}$$

berarti :

$$4n+5 > \frac{19}{4\varepsilon} \quad \text{maka} \quad n > \frac{1}{4}\left(\frac{19}{4\varepsilon} - 5\right) \rightarrow n > N$$

dengan memilih :

$$N = \frac{1}{4}\left(\frac{19}{4\varepsilon} - 5\right) \quad \text{maka} \quad \left| u_n - \frac{3}{4} \right| < \varepsilon$$

sehingga untuk semua n > N, maka :

$$\lim_{n\to\infty} u_n = \frac{3}{4}$$

✪ Contoh 3 : **Infinity**

$$\lim_{n\to\infty 1} a_n = \infty$$

berarti untuk semua n >N (bilangan positif) maka a_n > M (bilangan positif).

$$\lim_{n\to\infty} a_n = -\infty$$

berarti untuk semua n >N (bilangan positif) maka a_n <− M (bilangan positif).

Ingat, $\infty \;\; dan \; -\infty$ bukan bilangan, maka squence itu tidak convergent.

✪ Catatan : Apabila suatu sequence mempunyai atau diperoleh limit (limit exists), maka limit dimaksud adalah unik (unique).

Artinya : Limit exists berarti sequence convergent dari kiri dan kanan ke suatu angka atau bilangan yang sama, yaitu :

$\lim_{n\to\infty} u_n = l_1$ dan $\lim_{n\to\infty} u_n = l_1$, dimana $l_1 = l_2$.

Bukti :

Untuk setiap n > N (bilangan positif) dan bilangan kecil positif ε > 0, maka :

$|u_n - l_1| < ½\,\varepsilon$ dan $|u_n - l_2| < ½\,\varepsilon$

sehingga :

$|l_1 - l_2| = |l_1 - u_n + u_n - l_2| \leq |l_1 - u_n| + |u_n - l_2| < ½\,\varepsilon + ½\,\varepsilon = \varepsilon$

jadi : $|l_1 - l_2| < ½\,\varepsilon$ dan untuk ε = 0, maka $l_1 = l_2$.

✪ Catatan : **Nested intervals**

$$\lim_{n\to\infty}(a_n - b_n) = 0$$

disebut nested intervals pada himpunan interval (a set of intervals) $[a_n, b_n]$ dimana n = 1, 2, 3, …

Nested intervals biasanya dikaitkan dengan the Weierstrass-Bolzano theorem yang menyatakan bahwa setiap bounded infinite set mempunyai paling tidak satu titik limit (at least one limit point).

✪ Catatan : **Cauchy's convergence criterion**

Kireteria ini menyatakan bahwa sequence u_n adalah convergent sequence, jika :

$|u_p - u_q| < \varepsilon$ untuk p & q > N (nilangan)
dan ε > 0

✪ Soal latihan, buktikan fungsi sequence di bawah ini convergent atau divergent :

1. $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{c}{n^p} = 0$	5. $\lim\limits_{n\to\infty} x^n = 0$ apabila $\lvert x \rvert < 1$
2. $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{1+2.10^n}{5+3.10^n} = 0$	6. $\lim\limits_{x\to 1} \frac{x-1}{\sqrt{x^2+3}\;-2} = 2$
3. $\lim\limits_{n\to\infty} 3^{2n-1} = \infty$	7. $\lim\limits_{x\to -1} \frac{x^2+3x+2}{x^2+4x+3} = \frac{1}{2}$
4. $\lim\limits_{n\to\infty} (1-2n) = -\infty$	8. $\lim\limits_{x\to -1} (x^3+2x^2-3x-4) = 0$

C. TEORI UNTUK LIMIT SEQUENCE (LIMITS OF SEQUENCES)

Jika $\lim\limits_{n\to\infty} a_n = A$ dan $\lim\limits_{n\to\infty} b_n = B$, maka :	
1. $\lim\limits_{n\to\infty} (a_n + b_n) = \lim\limits_{n\to\infty} a_n + \lim\limits_{n\to\infty} b_n = A + B$ 2. $\lim\limits_{n\to\infty} (a_n - b_n) = \lim\limits_{n\to\infty} a_n - \lim\limits_{n\to\infty} b_n = A - B$ 3. $\lim\limits_{n\to\infty} (a_n . b_n) = \lim\limits_{n\to\infty} a_n . \lim\limits_{n\to\infty} b_n = A + B$	4. $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{a_n}{b_n} = \frac{\lim\limits_{n\to\infty} a_n}{\lim\limits_{n\to\infty} b_n} = \frac{A}{B}$; $B \neq 0$ 5. $\lim\limits_{n\to\infty} a_n^p = \lim\limits_{n\to\infty} (a_n)^p = A^p$ dimana p = bilangan riil 6. $\lim\limits_{n\to\infty} p^{a_n} = p^{\lim_{n\to\infty} a_n} = p^A$

D. BOUNDED AND MONOTONIC SEQUENCES

Untuk sequence $\{u_n\}$ disebut :

☑ Bounded above :
apabila sequence $u_n \le M$ (angka konstan yang bebas dari n) dan n = 1, 2, 3, ... (bilangan bulat positif) serta M sebagai upper bound.

☑ Bounded below, apabila sequence $u_n \ge M$.

☑ Bounded :

apabila sequence $m \le u_n \le M$ dan sequence sering ditunjukkan dengan $|u_n| \le P$.

☑ Monotonic increasing :

apabila $u_{n+1} \ge u_n$ dan monotonic strictly increasing jika $u_{n+1} > u_n$.
Monotonic decreasing dengan tanda ≤ dan monotonic strictly decreasing
dengan tanda <.

☑ Contoh :

- ✪ u_n = 1, 1,1, 1,11, 1,111, ... adalah bounded, monotonic increasing dan bahkan stricly increasing.
- ✪ u_n = 1, −1, 1, −1, 1, ... adalah bounded, tapi tidak monotonic increasing atau decreasing.
- ✪ u_n = −1, −1.5, −2, −2,5, −3, ... adalah not bounded, bounded above, monotonic decreasing.

☑ Soal latihan :

- ✪ Buktikan $u_n = \dfrac{2n-7}{3n+2}$:
  - ◎ Monotonic increasing
  - ◎ Bounded, serta bounded above dan bounded below
  - ◎ Punya limit

- ✪ Jelaskan jawaban soal berikut ini

Sequence	Bounded	Monotonic Increasing	Monotonic Decreasing	Limit Exists
2, 1,9, 1,9, 1,7, …, $\dfrac{2-(n-1)}{10}$	No	No	Yes	No
1, 1, 1, 1, …, $(1)^{n-1}$, …	Yes	No	No	No
$\frac{1}{2}, -\frac{1}{3}, \frac{1}{4}, -\frac{1}{5}, \ldots, \frac{(-1)^{n-1}}{(n+1)}$	Yes	No	No	Yes (0)
0,6, 0,66, 0,666, …, $\frac{2}{3}\left(1-\frac{1}{10^n}\right)$	Yes	Yes	No	Yes (2/3)
−1, +2, −3, +4, −5, …, $(-1)^n n$	No	No	No	No

Bahan 2

SERIES

A. DEFINISI

Suatu deret (series) adalah sequence yang mempunyai term berurutan atas dasar aturan yang pasti dan tetap serta merupakan perjumlahan (sum).

Perbandingan sequence dan series :

Sequence : $f(n) = u_n = u_1, u_2, u_3, u_4, \ldots$ dan seterusnya

kemudian bentuk sequence baru

Sequence baru : $S_n = S_1, S_2, S_3, S_4, \ldots$ dan seterusnya

dimana : $S_1 = u_1$
$S_2 = u_1 + u_2$
$S_3 = u_1 + u_2 + u_3$
$S_4 = u_1 + u_2 + u_3 + u_4$
... dan seterusnya

sehingga menjadi sequence baru menjadi series :

$$S_n = u_1 + u_2 + u_3 + u_4 + \ldots + \text{dan seterusnya} = \sum_{n=1}^{N} u_n$$

untuk $N \to \infty$, maka $S_n = \sum_{n=1}^{N} u_n$ merupakan infinite series dan finite series jika N = bilangan tertentu

serta jika $\lim_{n \to \infty} S_n = S$ diperoleh (exists), maka disebut convergent series dengan limit sebesar S, bila tidak exists disebut a divergent series.

B. CONTOH

☑ Contoh 1 :

$$S_n = u_1 + u_2 + u_3 + u_4 + \ldots + \text{dan seterusnya} = \sum_{n=1}^{N} u_n$$

$$= a + ar + ar^2 + \ldots = \sum_{n=1}^{N=\infty} ar^{n-1}$$

$$= \frac{a(1-r)^n}{(1-r)}$$

Bukti :

$$S_n = a + ar + ar^2 + ar^3 + ar^4 + \ldots + ar^{N=\infty}$$

$$r\,S_n = \quad ar + ar^2 + ar^3 + ar^4 + \ldots + ar^N + ar^{N+1}$$

———————————————————————————————— -/-

$$S_n\,(1 - r) = a - ar^{(N+1)=\infty}$$

$$\text{Maka} \quad S_n = \frac{a(1-r^{\infty})}{1-r}$$

✪ S_n merupakan convergent series atau menuju dan mencapai suatu limit yaitu bilangan $\frac{a}{1-r}$, jika $|r|$ <1 :

$$\lim_{x \to \succ \infty} S_n = \frac{a(1-r^{\infty})}{1-r} = \frac{a(1-0)}{1-r} = \frac{a}{1-r}$$

✪ S_n merupakan divergent series atau tidak menuju dan mencapai suatu limit yaitu bilangan $\frac{a}{1-r}$, jika $|r|$ > 1 :

$$\lim_{x \to \succ \infty} S_n = \frac{a(1-r^{\infty})}{1-r} = \frac{a(1-\infty)}{1-r} = \infty$$, jadi limit tidak diperoleh

☑ Contoh 2 :

Untuk setiap a convergennt series, maka term ke N menuju bilangan 0.

Bukti :

$(S_n = u_1 + u_2 + \ldots + u_{n-1} + u_n) - (S_{n-1} = u_1 + u_2 + u_{n-1}) = u_n$

maka $\lim_{x \to \succ \infty} u_n = \lim_{x \to \succ \infty} S_n - \lim_{x \to \succ \infty} S_{n-1} =$ S − S = 0

☑ Contoh 3 :

$$\lim_{n \to \succ \infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n = e = 2.71828 \ldots \text{ dan buktinya :}$$

Apabila n adalah bilangan bulat positif, atas dasar teori binomial, maka :

$$(1 + x)^n = 1 + nx + \frac{n(n-1)}{2\,!} x^2 + \frac{n(n-1)(n-2)}{3\,!} x^3 + \ldots +$$

$$+ \frac{n(n-1)(n-2)\ldots(n-n+1)}{n\,!} x^3$$

dengan x = 1/n, maka :

$$u_n = \left(1 + \frac{1}{N}\right)^n = 1 + n\frac{1}{n} + \frac{n(n-1)}{2\,!}\frac{1}{n^2} + \frac{n(n-1)(n-2)}{3\,!}\frac{1}{n^3} + \ldots +$$

$$+ \frac{n(n-1)(n-2)\ldots(n-n+1)}{n\,!}\frac{1}{n^n}$$

☑ Contoh 4 :

$$\lim_{x \to \succ \infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x = e \quad \text{dan buktinya :}$$

Apabila n = bilangan bulat (integer) terbesar (the largest) ≤ x, maka :

n ≤ x ≤ (n + 1), berarti : $\left(1 + \frac{1}{n+1}\right)^n \le \left(1 + \frac{1}{x}\right)^n \le \left(1 + \frac{1}{n}\right)^{n+1}$

$$\lim_{n \to \infty} \left(1 + \frac{1}{n+1}\right)^n = \lim_{n \to \infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^{n+1} \Big/ \lim_{n \to \infty} \left(1 + \frac{1}{n+1}\right) = e$$

dan

$$\lim_{n \to \infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^{n+1} = \lim_{n \to \infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n \left(1 + \frac{1}{n}\right) = e$$

maka

$$\lim_{x \to \succ \infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x = e$$

C. SOAL LATIHAN

Buktikan series di bawah ini convergent dan cari nilai limitnya, atau divergent.

1. $S_n = \frac{1}{1.3} + \frac{1}{3.5} + \frac{1}{5.7} + ... = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n-1)(2n+1)}$

2. $S_n = \sum_{n=1}^{N} \sqrt{n+1} - \sqrt{n} = \left(\left(\sqrt{2}-\sqrt{1}\right) + \left(\left(\sqrt{3}-\sqrt{2}\right) + ... + \left(\left(\sqrt{N+1}-\sqrt{N}\right)\right.\right.\right.$, mempunyai atau diperoleh limit 0 (nol), tetapi series S_n divergent.

3. $S_n = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + ... = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n}$ divergent atau tidak mempunyai limit.

4. $S_n = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\ln n}{(2n^3-1)}$, convergent?

5. $S_n = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{4n^2-n+3}{n^3+2n}$, convergent?

6. $S_n = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n(x-1)^n}{2n(3n-1)}$, convergent?

MATERI TAMBAHAN BARIS DAN DERET BESERTA CONTOH SOAL

Baris Baris adalah daftar urutan bilangan dari kiri ke kanan yang mempunyai pola tertentu. Setiap bilangan dalam barisan merupakan suku dalam barisan.

<u>*Contoh:*</u>
1, 2, 3, 4, 5, ... , dst.
3, 5, 7, 9, 11, … , dst.

Deret
Deret adalah penjumlahan suku-suku dari suatu barisan. Jika suatu barisan: $U_1, U_2, U_3, ..., U_n$ maka $U_1 + U_2 + U_3 + ... + U_n$ adalah Deret.

<u>*Contoh:*</u>

1 + 2 + 3 + 4 + 5, ... + Un
3 + 5 + 7 + 9 + 11 + … + Un.

Barisan Aritmatika
Barisan aritmatika adalah barisan dengan selisih antara dua suku yang berurutan selalu tetap. Selisih tersebut dinamakan **beda** dan dilambangkan dengan "**b**"

<u>*Contoh:*</u>
3, 6, 9, 12, 15.
Barisan diatas merupakan barisan aritmatika karena selisih dari setiap suku yang berurutan selalu sama/tetap, yaitu 6 – 3 = 9 – 6 = 12 – 9 = 15 – 12 = 3. Nah 3 inilah yang dinamakan beda.

Bentuk umum barisan aritmatika:

a, (a+b), (a+2b), (a+3b), …, (a+(n-1)b)

<u>***Rumus:***</u>
Beda:

$$b = U_n - U_{n-1}$$

Suku ke-n:

$$U_n = a + (n-1)b$$

atau

$$U_n = S_n - S_{n-1}$$

Keterangan:
a = U1 = Suku pertama
b = beda
n = banyak suku
Un= Suku ke-n

Contoh soal

Suku pertama dari barisan aritmatika adalah 3 dan bedanya = 4, suku ke-10 dari barisan aritmatika tersebut adalah …

Penyelesaian:

a = 3
b = 4

$$\begin{aligned} U_n &= a + (n-1)b \\ U_{10} &= 3 + (10-1)4 \\ &= 3 + 36 \\ &= 39 \end{aligned}$$

Diketahui barisan aritmatika sebagai berikut: 5, 8, 11, …
Tentukan: Nilai suku ke-15 !

Penyelesaian:

$$\begin{aligned} U_n &= a + (n-1)b \\ U_{15} &= 5 + (15-1).3 \\ &= 5 + (14).3 \\ &= 47 \end{aligned}$$

Diketahui suatu barisan aritmatika suku pertamanya adalah 4 dan suku ke-20 adalah 61.
Tentukan beda barisan aritmatika tersebut!

Penyelesaian:

a = 4

$$U_{20} = 61$$

$$U_n = a + (n-1)b$$

$$U_{20} = 4 + (20 - 1)b$$

$$61 = 4 + (20 - 1)b$$

$$61 - 4 = 19b$$

$$57 = 19b$$

$$b = \frac{57}{19} = 3$$

Suku Tengah Barisan Aritmatika

Jika barisan aritmatika mempunyai banyak suku (n) ganjil, dengan suku pertama a, dan suku terakhir Un maka suku tengah Ut dari barisan tersebut adalah sebagai berikut:

$$U_t = \frac{1}{2}(a + U_n)$$

Contoh soal:

Diketahui barisan aritmatika 5, 8, 11, …, 125, 128, 131. Suku tengahnya adalah …

Penyelesaian:

barisan aritmatika 5, 8, 11, …, 125, 128, 131
suku pertama, a = 5
suku ke-n, Un = 131
suku tengah:

$$U_t = \frac{1}{2}(a + U_n)$$

$$U_t = \frac{1}{2}(5 + 131)$$

$$U_t = \frac{1}{2}(136) = 68$$

Deret Aritmatika
Deret aritmatika adalah jumlah suku-suku dari suatu barisan aritmatika.
Bentuk umum deret aritmatika:
a + (a+b) + (a+2b) + (a+3b) + …+ (a+(n-1)b)

rumus:

$$S_n = \frac{n}{2}(a + U_n)$$

atau

$$S_n = \frac{n}{2}(2a + (n-1)b)$$

keterangan:

Sn = jumlah n suku pertama

Contoh soal:

Diketahui deret aritmatika sebagai berikut,

$10 + 13 + 16 + ... + U_{10}$

Tentukan:

a. Suku ke-10

b. Jumlah sepuluh suku pertama (U_{10})

Penyelesaian:

a. Suku ke-10

$U_n = a + (n-1)b$

$U_{10} = 10 + (10-1)3$

$= 10 + 27$

$= 37$

b. Jumlah sepuluh suku pertama:

$$S_n = \frac{n}{2}(a + U_n)$$

$$S_{10} = \frac{10}{2}(10 + 37)$$

$$S_{10} = 5 \times 47 = 235$$

Sisipan pada Barisan Aritmatika
Apabila antara dua suku barisan aritmatika disisipkan k buah bilangan (suku baru) sehingga membentuk barisan aritmatika baru, maka:

• Beda barisan aritmatika setelah disispkan k buah suku akan berubah dan dirumuskan:

$$b' = \frac{b}{(k+1)}$$

• Banyak suku barisan aritmatika setelah disisipkan k buah suku:

$$n' = n + (n-1)k$$

• Jumlah n suku pertama setelah disisipkan k buah suku:

$$S_n' = \frac{n'}{2}(a + U_n)$$

Keterangan:

b' = beda barisan aritmatika setelah disisipkan k buah suku

n' = banyak suku barisan aritmatika baru

n = banyak suku barisan aritmatika lama

k = banyak suku yang disisipkan

Sn' = jumlah n suku pertama setelah disisipkan k buah suku

Contoh Soal:

Antara bilangan 20 dan 116 disisipkan 11 bilangan sehingga bersama kedua bilangan semula terjadi deret hitung. Maka jumlah deret hitung yang terjadi adalah …

Penyelesaian:

Diketahui: deret aritmatika mula-mula: 20 + 116

a = 20

Un = 116

n = 2

k = 11 bilangan

banyaknya suku baru : n’ = n + (n-1) k

= 2 + (2-1) 11 = 2 + 11 = 13

$$S_n' = \frac{n'}{2}(a + U_n)$$

$$S_n' = \frac{13}{2}(20 + 116)$$

$$S_n' = \frac{13}{2}(136) = 884$$

Jadi, jumlah deret aritmatika setelah sisipan adalah 884