ALJABAR LINIER

(MIK 106)

Materi 2

JENIS DAN OPERASI MATRIKS

UNIVERSITAS ESA UNGGUL

2018

ALJABAR LINIER

PERTEMUAN KE-2

JENIS MATRIKS DAN OPERASI MATRIKS

LATAR BELAKANG

Aljabar linier adalah suatu pelajaran dasar yang merupakan modal dasar untuk menyelesaikan masalah-masalah yang lebih kompleks. Matriks adalah salah satu konsep yang harus dikuasai agar nantinya dapat menyelesaikan persamaan linier. Mahasiswa nantinya selain mempelajari tentang matriks, vektor dan sistem persamaan linier, diharapkan juga nantinya mahasiswa mampu menyelesaikan masalah dengan aljabar linier ini.

Dalam Aljabar Linear, terdapat beberapa topik pembelajaran yaitu ;

1. Sistem Persamaan Linear
2. Matriks
3. Determinan
4. Vektor di Bidang dan Ruang
5. Ruang Vektor
6. Basis Ruang Vektor
7. Ruang Hasil Kali Dalam
8. Masalah Aproksimasi
9. Diagonalisasi
10. Transformasi Linear

TUJUAN

Pada perkuliahan kedua kali ini, tujuannya adalah agar mahasiswa mengetahui berbagai jenis matriks dan apa saja cirinya. Kemudian mengerti operasi matriks apa saja yang bisa dilakukan dan sifatnya apa saja.

MATRIKS DAN JENISNYA

Matriks merupakan kumpulan bilangan yang berbentuk segi empat yang tersusun dalam baris dan kolom.

Contoh :

$$\boldsymbol{A} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{a_{11}} & \boldsymbol{a_{12}} & \boldsymbol{a_{13}} \\ \boldsymbol{a_{21}} & \boldsymbol{a_{22}} & \boldsymbol{a_{23}} \\ \boldsymbol{a_{31}} & \boldsymbol{a_{32}} & \boldsymbol{a_{33}} \end{bmatrix}$$

Notasi suatu matriks dalam buku ini dituliskan dalam bentuk :

a_{ij} untuk setiap i = 1, 2,…, m dan j = 1, 2,…, n dinamakan **unsur/entri/elemen** matriks yang terletak pada baris ke-i dan kolom ke-j. **Ukuran** (**orde**) suatu matriks merupakan jumlah baris kali jumlah kolom. Jika semua unsurnya matriks bernilai nol maka matriks tersebut dinamakan matriks nol. Misalkan A dan B adalah matriks berukuran sama, dapat dikatakan bahwa A = B, jika unsur-unsur matriks yang seletak pada kedua matriks tersebut adalah sama.

Ada beberapa jenis matriks yang perlu diketahui, sehingga diharapkan akan menjadi dasar untuk pemahaman yang lebih lanjut dalam mempelajari buku ini.

Jenis–jenis matriks tersebut meliputi :

1. Matriks bujur sangkar (persegi)

   Matriks bujur sangkar merupakan matriks yang jumlah baris dan jumlah kolomnya adalah sama, dengan kata lain ukuran dari matriks bujur sangkar adalah n x n.

   Contoh : Matriks di bawah berikut merupakan matriks berordo 3x3, artinya matriks yang terdiri dari 3 baris dan 3 kolom.

$$\mathrm{A}_{3x3} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{a_{11}} & \boldsymbol{a_{12}} & \boldsymbol{a_{13}} \\ \boldsymbol{a_{21}} & \boldsymbol{a_{22}} & \boldsymbol{a_{23}} \\ \boldsymbol{a_{31}} & \boldsymbol{a_{32}} & \boldsymbol{a_{33}} \end{bmatrix}$$

2. Matriks diagonal

   Matriks diagonal adalah matriks bujur sangkar dimana unsur selain unsur diagonalnya adalah 0. Jika i = j maka a_{ij} dinamakan **unsur diagonal**.

$$\mathrm{A}_{3x3} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{a_{11}} & \boldsymbol{a_{12}} & \boldsymbol{a_{13}} \\ \boldsymbol{a_{21}} & \boldsymbol{a_{22}} & \boldsymbol{a_{23}} \\ \boldsymbol{a_{31}} & \boldsymbol{a_{32}} & \boldsymbol{a_{33}} \end{bmatrix}$$

   Sementara itu, Jika setiap unsur diagonal pada matriks diagonal sama dengan 1 maka matriks tersebut dinamakan **matriks identitas** (**matriks satuan**)

   Contoh:

   Berikut ini adalah contoh matriks diagonal dan matriks identitas :

$$I_2 = I_{2x2} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$I_3 = I_{3x3} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$I_n = \begin{pmatrix} 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & 1 \end{pmatrix}$$

3. Matriks segitiga

   Ada dua macam matriks segitiga, yaitu : matriks segitiga atas dan matriks segitiga bawah. Matriks segitiga atas adalah matriks bujur sangkar yang semua unsur dibawah unsur diagonalnya bernilai 0, sedangkan matriks segitiga bawah adlah matriks bujur sangkar yang semua unsur diatas unsur diagonalnya bernilai 0.

   Matriks dibawah ini merupakan matriks segitiga :

   (a) Matriks segitiga atas,

$$A_{3x3} = \begin{bmatrix} 12 & 5 & 7 \\ 0 & 7 & 9 \\ 0 & 0 & -10 \end{bmatrix}$$

   (b) Matriks segitiga bawah

$$B_{3x3} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -5 & -3 & 0 \\ 8 & 6 & 4 \end{bmatrix}$$

4. Matrik transpos *A* (notasi, A^t)

   Matriks transpos diperoleh dengan mengubah baris matriks *A* menjadi kolom matriks pada matriks A^t

   Contoh1 :

$$A = \begin{bmatrix} 5 & 2 \\ 4 & 2 \end{bmatrix}$$

$$A^T = \begin{bmatrix} 5 & 4 \\ 2 & 2 \end{bmatrix}$$

   Contoh 2:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 4 \\ -2 & 1 \\ 3 & 6 \end{bmatrix}$$

$$A^{T} = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 4 & 1 & 6 \end{bmatrix}$$

Matriks simetri .

Misalkan *A* merupakan suatu matriks bujur sangkar, maka
A dinamakan matriks simetri jika memenuhi hubungan :

$A = A^{t}$

A. Operasi Penjumlahan Matriks

Operasi hitung matriks pada penjumlahan memiliki syarat yang harus dipenuhi agar dua buah matriks dapay dijumlahkan. Syarat dari dua buah matriks atau lebih dapat dijumlahkan jika memiliki nilai ordo yang sama. Artinya, semua matriks yang dijumlahkan harus memiliki jumlah baris dan kolom yang sama.

Matriks dengan jumlah baris 3 dan kolom 4 hanya bisa dijumlahkan dengan matriks dengan jumlah baris 3 dan kolom 4. Matriks dengan jumlah baris 3 dan kolom 4 tidak bisa dijumlahkan dengan matriks dengan jumlah baris 4 dan kolom 3. Kesimpulannya, jumlah baris dan kolom antar dua matriks yang akan dijumlahkan harus sama.

Operasi hitung penjumlahan matriks memenuhi sifat komutatif, asosiatif, memiliki matriks identitas matriks nol, dan memiliki lawan matriks. Lawan matriks A adalah matriks, di mana elemen-elemen matriks merupakan lawan dari elemen-elemen matriks A. Secara ringkas, sifat operasi penjumlahan matriks dapat dilihat di bawah.

Komutatif :

A + B = B + A

Asosiatif :

(A + B) + C = A + (B + C) = A + B + C

Matriks nol adalah **matriks identitas** penjumlahan, sehingga berlaku

A + 0 = 0 + **A** = **A**

Matrik identitas pada operasi hitung penjumlahan matriks **–A**.

A + (-A) = (-A) + A = 0

Contoh cara melakukan operasi penjumlahan pada matriks :

$$\begin{bmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} j & k & l \\ m & n & o \\ p & q & r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a+j & b+k & c+l \\ d+m & e+n & f+o \\ g+p & h+q & i+r \end{bmatrix}$$

Dua matriks dapat dijumlahkan jika ordonya sama. Yang dijumlahkan yaitu elemen-elemen yang seletak.

$$\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} p & q \\ r & s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a+p & b+q \\ c+r & d+s \end{bmatrix}$$

Contoh 1:

$$\begin{bmatrix} 5 & 2 \\ 4 & 2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 4 \\ 2 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5+1 & 2+4 \\ 4+2 & 2+4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 & 6 \\ 6 & 6 \end{bmatrix}$$

Contoh 2:

Jika $A = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 4 \end{bmatrix}$ dan $C = \begin{bmatrix} 5 & -2 \\ 4 & 0 \end{bmatrix}$, tentukan :

a) A + B
b) b). B + A
c) c). B + C
d) d). A + (B + C)
e) e) A+B
f) f). (A + B) + C

Jawab :

a. **A + B** = $\begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 4 \end{bmatrix}$

$= \begin{bmatrix} 5 & 1 \\ 3 & 7 \end{bmatrix}$

b. **B + A** = $\begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}$

$= \begin{bmatrix} 5 & 1 \\ 3 & 7 \end{bmatrix}$

B + C = $\begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 5 & -2 \\ 4 & 0 \end{bmatrix}$

$= \begin{bmatrix} 8 & -1 \\ 6 & 4 \end{bmatrix}$

d. **A + (B + C)** = $\begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 8 & -1 \\ 6 & 4 \end{bmatrix}$

$= = \begin{bmatrix} 10 & -1 \\ 7 & 7 \end{bmatrix}$

e. (A + B) = $\begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 4 \end{bmatrix}$

$= \begin{bmatrix} 5 & 1 \\ 3 & 7 \end{bmatrix}$

f. **(A + B)+C** = $\begin{bmatrix} 5 & 1 \\ 3 & 7 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 5 & -2 \\ 4 & 0 \end{bmatrix}$

$= \begin{bmatrix} 10 & -1 \\ 7 & 7 \end{bmatrix}$

B. Operasi Pengurangan Matriks

Seperti halnya operasi hitung penjumlahan matriks, syarat agar dapat mengurangkan elemen-elemen antar matriks adalah matriks harus memiliki nilai ordo yang sama. Cara melakukan operasi pengurangan pada matriks dapat dilihat seperti cara di bawah.

A – B = A + (-B)

Contoh cara melakukan operasi pengurangan pada matriks :

$$\begin{bmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} j & k & l \\ m & n & o \\ p & q & r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a-j & b-k & c-l \\ d-m & e-n & f-o \\ g-p & h-q & i-r \end{bmatrix}$$

Dua matriks dapat dikurangkan jika ordonya sama. Yang dikurangkan elemen-elemen yang seletak.

$$\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} p & q \\ r & s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a-p & b-q \\ c-r & d-s \end{bmatrix}$$

Contoh :

Jika $A = \begin{bmatrix} 2 & -3 \\ -1 & 4 \end{bmatrix}$ dan $B = \begin{bmatrix} 4 & -1 \\ 3 & -5 \end{bmatrix}$, maka tentukan :

a) A – B
b) b. B – A

Jawab :

a) A – B = $\begin{bmatrix} 2 & -3 \\ -1 & 4 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 4 & -1 \\ 3 & -5 \end{bmatrix}$

= $\begin{bmatrix} -2 & -2 \\ -4 & 9 \end{bmatrix}$

b) B – A = $\begin{bmatrix} 4 & -1 \\ 3 & -5 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 2 & -3 \\ -1 & 4 \end{bmatrix}$

= $\begin{bmatrix} 2 & 2 \\ 4 & -9 \end{bmatrix}$

Sifat-sifat Pengurangan matriks :

1. A – B $\neq$ B – A (tidak komutatif)
2. A – (B – C) = (A – B) – C (asosiatif)

Contoh:

$$\begin{bmatrix} 4 & 3 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4-1 & 3-2 \\ 2-3 & 1-4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ -1 & -3 \end{bmatrix}$$

C. Operasi Perkalian Matriks dengan Skalar

Perkalian Skalar Matriks dilakukan dg cara konstanta yg artinya nilai matriks bisa dikalikan dg cara mengalikan setiap eleman atau komponen nilai matriks dg skalar. Misalnya nilai Matriks A dikalikan dg skalar K maka setiap eleman atau komponen Matriks A dikali dg k.

Cara melakukan operasi skalar pada matriks adalah dengan mengalikan semua elemen-elemen matriks dengan skalarnya. Jika k adalah suatu konstanta dan A adalah
matriks, maka cara melakukan operasi perkalian skalar dapat dilihat melalui cara di bawah.

Contoh:

$$-2 \times \begin{bmatrix} 2 & 5 & 3 \\ 1 & 0 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -4 & -10 & -6 \\ -2 & 0 & -8 \end{bmatrix}$$

$$K\begin{bmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ka & kb & kc \\ kd & ke & kf \\ kg & kh & kr \end{bmatrix}$$

Contoh cara melakukan operasi perkalian skalar pada matriks :

Dietahui konstnta k = 2 dan sebuah matriks A dengan persamaan seperti di bawah.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 5 & 6 \\ 7 & 8 \end{bmatrix}$$

Maka hasil perkalian konstanta k dengan matriks A adalah sebagai berikut.

$$kA = 2\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 5 & 6 \\ 7 & 8 \end{bmatrix}$$

$$kA = \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 6 & 4 \\ 10 & 12 \\ 14 & 16 \end{bmatrix}$$

Hasil perkalian skalar k dengan sebuah matriks A yang berordo m x n adalah sebuah matriks yang berordo m x n dengan elemen-elemennya adalah hasil kali skalar k dengan setiap elemen matriks A.

Contoh :

Jika $A = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 3 & -5 \end{bmatrix}$ maka tentukan :

a) 2A
b) $-\frac{1}{2}A$

Jawab :

a) 2A = $2\begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 3 & -5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & -2 \\ 6 & -10 \end{bmatrix}$

b) $-\frac{1}{2}A = \frac{-1}{2}.\begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 3 & -5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1/2 \\ -3/2 & 5/2 \end{bmatrix}$

D. Operasi Perkalian Dua Matriks(Antara Matriks)

Seperti yang telah disinggung sebelumnya, syarat dua buah matriks dapat dikalikan jika memiliki jumlah kolom matriks pertama yang sama dengan jumlah baris matriks ke dua. Ordo matriks hasil perkalian dua matriks adalah jumlah baris pertama dikali jumlah kolom ke dua.

Matriks A memiliki jumlah kolom sebanyak m dan jumlah baris r, matriks B memiliki jumlah kolom sebanyak r dan jumlah baris m, hasil perkalian matriks A dan B adalah matriks C dengan jumlah kolom m dan jumlah baris n.

$$\boldsymbol{A_{m\times r}} \, . \, \boldsymbol{B_{r\times n}} = \boldsymbol{C_{m\times n}}$$

Sifat-sifat Operasi Perkalian Matriks

Asosiatif
A(AB)C = A(BC)

Distributif
A(B+C) = AB + AC dan (A + B) C = AC + BC

Matriks I adalah matriks identitas pada perkalian sehingga
I.A = A.I

Contoh operasi perkalian dua matriks

1. Diketahui :

$$P = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 5 & 2 \end{bmatrix}$$

$$Q = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 4 & 2 \end{bmatrix}$$

Maka :

$$P \, . \, Q = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 5 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 4 & 2 \end{bmatrix}$$

$$P \, . \, Q = \begin{bmatrix} 2.1 + 3.4 & 2.3 + 3.2 \\ 5.1 + 2.4 & 5.3 + 2.2 \end{bmatrix}$$

$$P. \, Q = \begin{bmatrix} 2 + 12 & 6 + 6 \\ 5 + 8 & 15 + 4 \end{bmatrix}$$

$$P \cdot Q = \begin{bmatrix} 14 & 12 \\ 13 & 19 \end{bmatrix}$$

2. Diketahui:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} \quad B\begin{bmatrix} 5 & 6 \\ 6 & 2 \end{bmatrix} = AB \begin{bmatrix} 1(5)+2(6) & 1(6)+2(2) \\ 2(6)+1(2) & 2(6)+1(2) \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 17 & 10 \\ 16 & 14 \end{bmatrix}$$

3. PERKALIAN MATRIKS DENGAN MATRIKS

Dua matriks A dan B dapat dikalikan jika jumlah kolom matriks A (matriks kiri) sama dengan jumlah baris matriks B (matriks kanan).

Ordo hasil perkalian matriks A_{mxn} dengan B_{nxp}, misalnya matriks C yang akan berordo mxp (seperti permainan domino).

$$\boxed{A_{m\,x\,n} \cdot B_{n\,x\,p} = C_{m\,x\,p}}$$

Cara mengalikan matriks A dan B yaitu dengan menjumlahkan setiap perkalian elemen pada baris matriks A dengan elemen kolom matriks B dan hasilnya diletakkan sesuai dengan baris dan kolom pada matriks C (matriks hasil perkalian).

Misal : $A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ dan $B = \begin{bmatrix} p & r & t \\ q & s & u \end{bmatrix}$ maka :

$$AB = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}\begin{bmatrix} p & r & t \\ q & s & u \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ap+bq & ar+bs & at+bu \\ cp+dq & cr+ds & ct+du \end{bmatrix}$$

Contoh :

Diketahui $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 4 & 0 \\ -2 & 5 \end{bmatrix}$ dan $C = \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ 1 & 4 \end{bmatrix}$.

Tentukan :

a) AB
b) BA
c) BC

d) AC
e) (AB)C
f) A(BC)
g) B + C
h) A(B + C)
i) AB + AC
j) AI
k) IA

Jawab :

a) AB = $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 4 & 0 \\ -2 & 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4-4 & 0+10 \\ 0-6 & 0+15 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 10 \\ -6 & 15 \end{bmatrix}$

b) BA = $\begin{bmatrix} 4 & 0 \\ -2 & 5 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4+0 & 8+0 \\ -2+0 & -4+15 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & 8 \\ -2 & 11 \end{bmatrix}$

c) BC = $\begin{bmatrix} 4 & 0 \\ -2 & 5 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 3 & -2 \\ 1 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 12+0 & -8+0 \\ -6+5 & 4+20 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 12 & -8 \\ -1 & 24 \end{bmatrix}$

d) AC = $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 3 & -2 \\ 1 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3+2 & -2+8 \\ 0+3 & 0+12 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 & 6 \\ 3 & 12 \end{bmatrix}$

e) (AB)C = $\begin{bmatrix} 0 & 10 \\ -6 & 15 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 3 & -2 \\ 1 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0+10 & 0+40 \\ -18+15 & 12+60 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 10 & 40 \\ -3 & 72 \end{bmatrix}$

f) A(BC) = $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 12 & -8 \\ -1 & 24 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 12-2 & -8+48 \\ 0-3 & 0+72 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 10 & 40 \\ -3 & 72 \end{bmatrix}$

g) B + C = $\begin{bmatrix} 4 & 0 \\ -2 & 5 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ 1 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4+3 & 0+(-2) \\ -2+1 & 5+4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7 & -2 \\ -1 & 9 \end{bmatrix}$

h) A(B + C) = $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 7 & -2 \\ -1 & 9 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7-4 & -2+18 \\ 0-3 & 0+27 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 16 \\ -3 & 27 \end{bmatrix}$

i) AB + AC = $\begin{bmatrix} 0 & 10 \\ -6 & 15 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 5 & 6 \\ 3 & 12 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 15+14 & 18+16 \\ 5+28 & 6+32 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 29 & 34 \\ 33 & 38 \end{bmatrix}$

j) AI = $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1+0 & 0+2 \\ 0+0 & 0+3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}$

k) IA = $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1+0 & 2+0 \\ 0+0 & 0+3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}$

Sifat-sifat perkalian matriks :

1. Umumnya tidak komutatif (AB $\neq$ BA)
2. Asosiatif : (AB)C = A(BC)
3. Distributif kiri : A(B + C) = AB + AC
   Distributif kanan : (B + C)A = BA + CA

4. Identitas : IA = AI = A
5. k(AB) = (kA)B

CONTOH SOAL 1:

1. Operasi Penjumlahan Matriks

   $A = \begin{bmatrix} 1 & 5 \\ 6 & 4 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 2 & 7 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}$

   A+B $= \begin{bmatrix} 1+2 & 5+7 \\ 6+1 & 4+3 \end{bmatrix}$

   $= \begin{bmatrix} 3 & 12 \\ 7 & 7 \end{bmatrix}$

2. Operasi Pengurangan Matriks

   $A = \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 8 & 5 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 1 & 9 \\ 5 & 3 \end{bmatrix}$

   A-B $= \begin{bmatrix} 2-1 & 4-9 \\ 8-5 & 5-3 \end{bmatrix}$

   $= \begin{bmatrix} 1 & -5 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$

3. Operasi Perkalian Matriks dengan skalar

K = 4 $\begin{bmatrix} 2 & 7 \\ 3 & 6 \end{bmatrix}$

K x $\begin{bmatrix} 2 & 7 \\ 3 & 6 \end{bmatrix}$ = 4 x $\begin{bmatrix} 2 & 7 \\ 3 & 6 \end{bmatrix}$

= $\begin{bmatrix} (4x2) & (4x7) \\ (4x3) & (4x6) \end{bmatrix}$

= $\begin{bmatrix} 8 & 28 \\ 12 & 24 \end{bmatrix}$

4. Operasi Perkalian antar Matriks

$A = \begin{bmatrix} 3 & 7 \\ 4 & 5 \end{bmatrix}$ $B = \begin{bmatrix} 5 & 1 \\ 6 & 2 \end{bmatrix}$

AxB = $\begin{bmatrix} (3x5) + (7x6) & (3x1) + (7x1) \\ (4x5) + (5x6) & (4x1) + (5x2) \end{bmatrix}$

= $\begin{bmatrix} 15 + 42 & 3 + 7 \\ 20 + 30 & 4 + 10 \end{bmatrix}$

= $\begin{bmatrix} 57 & 10 \\ 50 & 14 \end{bmatrix}$

CONTOH SOAL 2

A. Diketahui data sebagai berikut:

A = $\begin{bmatrix} 2 & 4 & -2 \\ 1 & -3 & 4 \end{bmatrix}$ B = $\begin{bmatrix} 0 & 2x & 3 \\ x & 1 & -2 \end{bmatrix}$ C = $\begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}$

B. Ditanyakan:

1. Bagaimana contoh operasi penjumlahan matrik (A + B)?
2. Bagaimana contoh operasi pengurangan matrik (A – B)?
3. Bagaimana contoh operasi perkalian matrik dengan skalar (2A)?
4. Bagaimana contoh operasi perkalian antar matrik (C.A)?

C. Jawab:

1. Contoh operasi penjumlahan matriks (A+B)

A + B = $\begin{bmatrix} 2 & 4 & -2 \\ 1 & -3 & 4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 2x & 3 \\ x & 1 & -2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 4 + 2x & 1 \\ 1 + x & -2 & 2 \end{bmatrix}$

2. Contoh operasi pengurangan matriks (A-B)

A - B = $\begin{bmatrix} 2 & 4 & -2 \\ 1 & -3 & 4 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 & 2x & 3 \\ x & 1 & -2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 4 - 2x & -5 \\ 1 - x & -4 & 6 \end{bmatrix}$

3. Contoh operasi perkalian matriks dan scalar

2A = 2 $\begin{bmatrix} 2 & 4 & -2 \\ 1 & -3 & 4 \end{bmatrix}$

$$2A = \begin{bmatrix} 4 & 8 & -4 \\ 2 & -6 & 8 \end{bmatrix}$$

4. Contoh operasi perkalian matriks (C.A)

$$C.A = \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 3 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 4 & -2 \\ 1 & -3 & 4 \end{bmatrix}$$

$$C.A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ -1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & -1 \end{bmatrix}$$

$$C.A = \begin{bmatrix} -1(2)+2(1) & -1(4)+2(-3) & -1(-2)+2(4) \\ 3(2)+1(1) & 3(4)+1(-3) & 3(-2)+1(4) \end{bmatrix}$$

$$C.A = \begin{bmatrix} 0 & -10 & 10 \\ 7 & 9 & -2 \end{bmatrix}$$

SOAL

Diketahui

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 4 & 0 \\ -2 & 5 \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ 1 & 4 \end{bmatrix}.$$

$$D = \begin{bmatrix} -3 & -3 & -5 \\ 4 & 5 & -2 \end{bmatrix}$$

Tentukan (untuk no 1 – 5) matriks hasil operasi berikut ini :

1. AB
2. $3CD$
3. $(AB)C$
4. $(4B)C + 2C$