PROBABILITAS

Tujuan: memahami ukuran atau derajat kemungkinan suatu peristiwa dapat terjadi.

KONSEP PROBABILITAS

Dalam kehidupan sehari-hari, banyak kejadian sulit diketahui dengan pasti, sepertI:
Apakah nanti malam akan turun hujan?
Apakah pesawat Garuda datang tepat waktu?
Apakah besok ada domonstrasi massa di Jakarta?
Apakah nanti saya tiba tepat waktu di kampus ?

Begitu juga dalam percobaan statistika, tidak bisa diketahui dengan pasti hasil yang akan muncul, misalnya:
Pada pelemparan sebuah uang logam, tidak dapat diketahui sisi mana yang akan muncul, muka atau belakang?
Pada pelemparan dua buah dadu, juga tidak bisa diketahui muka mana yang keluar,: 1, 2, 3, 4, 5 atau 6?
Pada penarikan sebuah kartu bridge, tidak dapat dipastikan mana yang muncul, kartu As, King, atau yang lain?

PERUMUSAN PROBABILITAS

1. PERUMUSAN KLASIK :

Bila kejadian E (EVENT) terjadi dalam m cara dari seluruh n cara yang mungkin terjadi, maka probabilitas dari E = P(E): m/n (asumsi: setiap kejadian contoh memiliki peluang muncul yang sama)

Contoh 1:

* jika sebuah uang logam dilemparkan, berapa peluang (probabilitas) munculnya sisi muka?
  Muka=m, belakang=b, n=2; P(m) = P(b) = ½

* Jika sebuah dadu dilempar, berapa peluang munculnya salah satu muka?
  P(E) = P(1) = P(2) = P(3) = P(4) = P(5) = P(6) = 1/6

* Hitung peluang memperoleh kartu hati bila sebuah kartu diambil secara acak dari semua kartu?
  Jumlah seluruh kartu: n = 52
  Jumlah kartu hati: m = 13
  Maka P(E) = 13/52

PERUMUSAN DG FREKUENSI RELATIF

Jika kejadian E terjadi sebanyak f kali dari seluruh pengamatan sebanyak n, dimana n mendekati tak berhingga, maka probabilitasnya:

$$P(E) = \lim_{n \to \infty} (f/n)$$

Pada pelemparan sebuah dadu sebanyak 1000 kali, frekuensi munculnya muka dadu adalah sbb:

Muka Dadu (X)	1	2	3	4	5	6
Frekuensi (f)	164	165	169	166	167	169

P(E) = P(1) = 164/1000,   P(2) = 165/1000, dst…

Dari 100 mahasiswa yang mengikuti ujian Statistika, distribusi nilai mahasiswa adalah sbb:

Nilai (X)	45	55	65	75	85	95
Frekuensi (f)	10	15	30	25	5	15

P(E) = P(X=45) = 10/100 = 0,1,
P(X=55) = 55/100, dst…

- Definisi Subyektif (Intuitif)
  - Dalam hal ini, probabilitas $P(A)$ dari terjadinya peristiwa A adalah sebuah ukuran dari “derajat keyakinan” yang dimiliki seseorang terhadap terjadinya peristiwa A.
  - Definisi ini mungkin merupakan definisi yang paling luas digunakan dan diperlukan jika sulit diketahui besarnya ruang sampel maupun jumlah *event* yang dikaji maupun jika sulit dilakukan pengambilan sampel (*sampling*) pada populasinya.

RUANG SAMPEL DAN KEJADIAN

RUANG SAMPEL (S) adalah kumpulan (himpunan) dari semua hasil yang mungkin muncul atau terjadi pada suatu percobaan statistik.

Angota S disebut titik sampel.
A adalah himpunan bagian dari S.
Bila kejadian A terjadi dalam m cara pada ruang sampel S yang terjadi dalam n cara, maka peluang A:

$$P(A) = n(A)/n(S) = m/n$$

Contoh 2. Pada pelemparan sebuah dadu, misalkan kejadian A menyatakan munculnya muka dadu genap pd S, maka A = {2,4,6}.
Maka P(A) = 3/6 = ½

3.Pada pelemparan dua buah uang logam :

i.Tentukanlah ruang sampel S

Hasil-hasil yang mungkin muncul adalah sebagai berikut :

Uang Logam 1	Uang Logam 2	
	M	B
M	(M,M)	(M,B)
B	(B,M)	(B,B)

(a). Jadi ruang sampel S adalah = {(M,M), (M,B), (B,M), (B,B)}

Titik sampel (M,M) menyatakan munculnya sisi muka dari uang logam pertama dan kedua, titik sampel (M,B) menyatakan munculnya muka dari uang logam pertama dan belakang dari uang logam kedua, begitu seterusnya.

(b). Bila A menyatakan kejadian munculnya sisi yang sama dari dua uang logam tersebut, tentukanlah probabilitas kejadian A.

A adalah kejadian munculnya sisi-sisi yang sama dari dua uang logam, maka A = {(M,M), (B,B)}. Dengan demikian, n(A) = 2 dan n(S) = 4, sehingga probabilitas kejadian A adalah P(A) = n(A) / n(S) = 2/4 = 1/2

Soal:

1. pada pelemparan 2 uang logam: Tentukan ruang sampel S
   Bila A = kejadian munculnya sisi-sisi yang sama uang tsb, tentukan P(A)!
2. pada pelemparan 2 dadu:Tentukan ruang sampel S!
   A: kejadian munculnya muka dadu sama, tentukan P(A)!
   B: kejadian munculnya jumlah muka dadu kurang dari 5, tentukan P(B)!

Aturan Probabilitas

- Probablitas suatu peristiwa berkisar antara 0 hingga 1

$$0 \leq P(E) \leq 1$$

- Probabilitas suatu peristiwa atau P(E) saling komplemen dengan probabilitas tidak terjadinya peristiwa tersebut atau $P(\bar{E})$

$$P(\bar{E}) = 1 - P(E)$$

Probabilitas Peristiwa-Peristiwa Lebih Dari Satu Macam

- Bila percobaan dilakukan sekali:
  - Peristiwa *Mutually Exclusive*
  - Peristiwa Non *Mutually Exclusive*
- Bila percobaan dilakukan lebih dari satu kali:
  - Peristiwa *Independent*
  - Peristiwa *Dependent* .

Peristiwa *Mutually Exclusive*

Peristiwa mutually exclusive terjadi jika terjadinya peristiwa yang satu menyebabkan tidak terjadinya peristiwa yang lain. Jadi kedua peristiwa tersebut tidak dapat terjadi bersamaan.

Jika A dan B merupakan dua peristiwa yang *mutually exclusive*, maka kemungkinan terjadinya peristiwa A atau B dilambangkan dengan (A U B) adalah:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

Contoh

4. Bila A dan B dua kejadian saling lepas, dengan P(A) = 0.3 dan P(B) = 0.25, tentukanlah P(A u B)

   Jawab

   Karena A dan B saling lepas, berlaku :

   P(A u B) = P(A) + P(B)= 0.3 + 0.25 = 0.55

5. Pada pelemparan dua buah dadu, tentukanlah probabilitas munculnya muka dua dadu dengan jumlah 7 atau 11

   Jawab

   Misalkan A = kejadian munculnya jumlah 7

   B = kejadian munculnya jumlah 11

   Diperoleh A = {(1.6), (2.5), (3,4), (4.3), (5.2), (6,1)}

   B = {(5,6), (6,5)}

   Maka A n B = Ø, berarti A dan B saling lepas

   P(A) = 6/36 P(B) = 2/36

   sehingga

   P(A u B) = P(A) + P(B)

   = 6/36 + 2/36

   = 8/36

Peristiwa *Non Mutually Exclusive*

Peristiwa ini terjadi jika dalam satu kali percobaan kedua peristiwa yang diamati dapat terjadi bersamaan.

Jika A dan B merupakan peristiwa *non mutually exclusive,* maka probabilitas bahwa salah satu akan terjadi adalah:

$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

Keterangan:

$P(A \cup B)$: probabilitas terjadinya peristiwa A atau B

$P(A)$: probabilitas terjadinya peristiwa A

$P(B)$: probabilitas terjadinya peristiwa B

$P(A \cap B)$: probabilitas terjadinya peristiwa A dan B

Contoh

7. Kita ambil satu kartu secara acak dari satu set kartu bridge yang lengkap. Bila A = kejadian terpilihnya kartu AS dan B = kejadian terpilihnya kartu wajik, hitunglah P(A u B)

Jawab

P(A) = 4/52; P(B) = 13/52; P(A n B) = 1/52 (kartu AS dan Wajik)

Maka,

P(A u B) = P(A) + P(B) – P(A n B)
= 4/52 + 13/52 – 1/52
= 16/52

8. Peluang seorang mahasiswa lulus kalkulus adalah 2/3 dan peluang ia lulus bahasa inggris adalah 4/9. Bila peluang lulus sekurang-kurangnya satu mata kuliah di atas adalah 4/5, berapa peluang ia lulus kedua mata kuliah itu?

Jawab

Misalkan A = kejadian lulus kalkulus
B = kejadian lulus bahasa inggris

P(A) = 2/3; P(B) = 4/9; P(A n B) = 4/5

P(A u B) = P(A) + P(B) – P(A n B)
= 2/3 + 4/9 – 4/5
= 14/45

Peristiwa *Independent* (Bebas)

Dua peristiwa dikatakan independent jika terjadinya suatu peristiwa tidak mempengaruhi dan tidak dipengaruhi oleh peristiwa yang lain.

Bila A dan B adalah dua peristiwa yang independent, maka probabilitas bahwa keduanya akan terjadi bersama-sama, adalah:

$P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$

Keterangan:

$P(A \cap B)$: probabilitas terjadinya peristiwa A dan B

$P(A)$: probabilitas terjadinya peristiwa A

$P(B)$: probabilitas terjadinya peristiwa B

Contoh :

9. Jika diketahui dua kejadian A dan B saling bebas dengan P(A) = 0.3 dan P(B) = 0.4, berlaku

Jawab

P(A n B) = P(A) . P(B) = 0.3 . 0.4 = 0.12

10. Pada pelemparan dua buah dadu, apakah kejadian munculnya muka X ≤ 3 dadu 1 dan kejadian munculnya Y ≥ 5 dadu 2 adalah saling bebas?

Jawab

Misalkan A = kejadian munculnya muka X ≤ 3 dadu 1

B = kejadian munculnya muka Y ≥ 5 dadu 2

P(A) = {(1,1), (1,2), (1,3), (1,4), (1,5), (1,6), (2,1), (2,2), (2,3), (2,4), (2,5), (2,6), (3,1), (3,2), (3,3), (3,4), (3,5), (3,6)}

= 18/36 = 1/2

P(B) = {(1,5), (1,6), (2,5), (2,6), (3,5), (3,6), (4,5), (4,6), (5,5), (5,6), (6,5), (6,6)} = 12/36 = 1/3

P(A n B) = {(1.5), (1,6), (2,5), (2,6), (3,5), (3,6)} = 6/36 = 1/6

Maka diperoleh

P(A n B) = P(A) . P(B)

= 1/2 . 1/3 = 1/6

Sehingga nilai P(A n B) = P(A) . P(B) yang berarti kejadian A dan B adalah saling bebas

Peristiwa *Dependent* (Bersyarat)=Conditional probability

Dua peristiwa dikatakan dependen jika terjadinya peristiwa yang satu mempengaruhi atau merupakan syarat terjadinya peristiwa yang lain.

Probabilitas bahwa B akan terjadi bila diketahui bahwa A telah terjadi, dilambangkan: P (B/A) dibaca: B setelah A

Dimana $P(B/A) = P(A \cap B) / P(A), P(A) > 0$

Probabilitas bahwa A dan B akan terjadi adalah:

$P(A \cap B) = P(A) \times P(B/A)$

Keterangan:

$P(A \cap B)$: probabilitas terjadinya peristiwa A dan B

$P(A)$: probabilitas terjadinya peristiwa A

$P(B/A)$: probabilitas terjadinya peristiwa B yang didahului peristiwa A

Contoh

11. Misalkan sebuah dadu dilemparkan, B = kejadian munculnya bilangan kuadrat murni, dan diketahui bahwa peluang munculnya bilangan ganjil = 1/9 dan peluang munculnya bilangan genap = 2/9/ Bila diketahui A = {4,5,6} telah terjadi, tentukanlah P(A / B)

Jawab

S = {1,2,3,4,5,6} P(ganjil) = 1/9 P(genap) = 2/9

B = {1,4}

A = {4,5,6} = 2/9 + 1/9 + 2/9 = 5/9 maka P(A) = 5/9

A n B = {4} = 2/9 maka P(A n B) = 2/9

P(B / A) = P(A n B) / P(A)

= (2/9) / (5/9) = 2/5

12. Pada saat menerima barang dari penyalur, biasanya pembeli memeriksa barang-barang tersebut. Dari 100 barang yang diterima ternyata ada 10 barang yang rusak. Apabila diambil dua barang secara acak dari 100 barang yang datang, berapa probabilitas bahwa kedua barang yang diambil tersebut rusak (pengambilan dilakukan tanpa pengembalian)

Jawab

Misalkan A adalah peristiwa terambilnya barang yang rusak pada pengambilan pertama dan B adalah peristiwa terambilnya barang yang rusak pada pengambilan kedua

P(A) = 10/100, maka P(B/A) = 9/99

Karena pengambilan dilakukan tanpa pengembalian, probabilitas terambil keduanya rusak adalah

P(A n B) = P(B / A) . P(A) = 9/99 . 10/100 = 90/9900 = 1/110

Probabilitas Kejadian Marginal (Marginal Probability) dan Teorema Bayes

Probabilitas marginal suatu peristiwa dapat diperoleh dari probabilitas gabungan. Misalnya A1, A2 dan A3 adalah tiga kejadian saling lepas dalam ruang sampel S dan B adalah kejadian sembarang lainnya dalam S. Maka probabilitas marginal dapat dirumuskan sebagai berikut :

P(B) = P(B/A1). P(A1) + P(B/A2). P(A2) + P(B/A3). P(A3)

Berdasarkan rumus di atas, kita dapat menentukan probabilitas kejadian bersyarat A1/B, A2/B dan A3/B dengan cara berikut

P(A1 / B) = P(B n A1) / P(B) = P(B/A1) P(A1) / Σ P(B / Ai) P(Ai)

Probabilitas bersyarat memperhitungkan informasi yang diperoleh dari suatu peristiwa untuk memperkirakan probabilitas peristiwa yang lain.
Konsep ini dapat dikembangkan untuk merevisi probabilitas berdasarkan informasi baru dan untuk menentukan probabilitas sebagai akibat suatu pengaruh tertentu.

Prosedur untuk merevisi probabilitas ini dikenal sebagai teorema Bayes. Secara umum, bila A1, A2, A3, …, An kejadian saling lepas dalam ruang sampel S dan B kejadian lain yang sembarang dalam S, probabilitas kejadian bersyarat Ai / B dirumuskan sebagai berikut :

P(Ai / B) = P(B n Ai) / P(B)
= P(B / Ai) P(Ai) / Σ I
=1-n P(B / Ai) P(Ai)

Contoh :

13. Misalkan ada tiga kotak masing-masing berisi 2 bola. Kotak 1 berisi 2 bola merah, kotak 2 berisi 1 bola merah dan 1 bola putih, dan kotak 3 berisi 2 bola putih. Dengan mata tertutup, anda diminta mengambil 1 kotak secara acak dan kemudian mengambil 1 bola secara acak dari kotak yang terambil itu. Anda diberitahu bahwa bola yang terambil ternyata berwarna merah. Berapakah peluang bola tersebut terambil dari kotak 1, kotak 2 dan kotak 3?

Jawab

Mis. $A1$ = kejadian terambilnya kotak 1;
$A2$ = kejadian terambilnya kotak 2
$A3$ = kejadian terambilnya kotak 3;
B = kejadian terambilnya bola merah

Ditanya $P(A1 / B)$, $P(A2 / B)$ dan $P(A3 / B)$

$P(B / A1) = 1$;
$P(B / A2) = ½$;
$P(B / A3) = 0$
$n(A1) = 2/6$; $P(A1) = 1/3$
$n(A2) = 2/6$; $P(A1) = 1/3$
$n(A2) = 2/6$; $P(A1) = 1/3$
$P(B) = P(B/A1) . P(A1) + P(B/A2) . P(A2) + P(B/A3) .P(A3)$
$= 1 . 1/3 + 1/2 . 1/3 + 0 . 1/3 = 1/2$
Jadi
$P(A1 / B) = P(B n A1) / P(B)$
$= P(B / A1) . P(A1) / P(B)$
$= (1 . 1/3) / (1/2) = 2/3$
$P(A2 / B) = P(B n A2) / P(B)$
$= P(B / A2) . P(A2) / P(B)$
$= (1/2 . 1/3) / (1/2) =1/3$
$P(A3 / B) = P(B n A3) / P(B) = P(B / A3) . P(A3) / P(B)$
$= (0. 1/3) / (1/2) = 0$

PENCACAHAN TITIK CONTOH

Penyelesaian probabilitas yang sangat rumit dapat dilakukan dengan menghitung kemungkinan-kemungkinan yang akan terjadi dalam ruang contoh atau ruang sampel.

Kaidah Pencacahan

- Bila ada n1 cara untuk mengerjakan suatu hal dan ada n2 cara untuk mengerjakan hal lain, akan terdapat n1 x n2 cara untuk mengerjakan kedua hal tersebut bersama-sama.

- Jika ada n1 cara untuk melakukan pekerjaan pertama dan ada n2 cara untuk melakukan pekerjaan kedua serta ada n3 cara untuk melakukan pekerjaan ketiga, terdapat n1 x n2 x n3 cara untuk melakukan ketiga pekerjaan tersebut bersama-sama.

- Jika ada n1 cara untuk melakukan pekerjaan pertama, n2 cara untuk melakukan pekerjaan kedua dan seterusnya, dan akhirnya ada nk cara untuk melakukan pekerjaan ke k, ada n1, n2, … nk cara untuk melakukan pekerjaan pertama hingga pekerjaan ke k bersama-sama.

Contoh

13. Pengembang real estate menawarkan kepada konsumen 3 tipe rumah (tipe anggrek, dahlia dan tulip), 2 macam bentuk garasi dan 3 macam sistem pemanasan. Berapa macam rancangan rumah yang tersedia bagi konsumen?

Jawab

Tipe rumah n1 = 3, bentuk garasi n2 = 2 sistem pemanasan n3 = 3. Jadi banyaknya macam rancangan rumah adalah n = n1 x n2 x n3 = 3 x 2 x 3 = 18 rancangan rumah

Permutasi

Suatu permutasi ialah suatu susunan urutan yang dapat dibentuk dari suatu kumpulan benda yang diambil sebagian atau seluruhnya. Banyak permutasi n benda yang berlainan adalah n!. Lihatlah himpunan {a, b, c} yang mempunyai tiga anggota yaitu a, b dan c. karena banyaknya anggota himpunan tersebut n = 3, kita dapat mengambil seluruh atau sebagian dari anggota himpunan tersebut. Katakanlah kita ambil seluruhnya (r = 3), kita ambil dua (r = 2), kita ambil satu (r = 1) atau tidak diambil (r = 0). Dari susunan atau rangkaian dengan member arti pada urutan letak anggota pada susunan tersebut, kita memperoleh jenis-jenis susunan yang ditentukan oleh urutan letak anggota himpunan tersebut pada setiap susunan.

$$_nP_r = n! / (n-r)!$$

cara lain yang dipakai untuk menuliskan $_nP_r$ adalah P(n,r).

Contoh :

14 Bila n = 4 dan r = 2, maka

$_4P_2 = P(4,2) = 4! / (4-2)! = 4! / 2! = 4.3.2! / 2! = 4.3 = 12$

15. Bila n = 5 dan r = 3, maka

$_5P_3 = P(5,3) = 5! / (5-3)! = 5! / 2! = 5.4.3.2! / 2! = 5.4.3 = 60$

16. Kamar di klinik bersalin Harapan Ibu hanya bisa menampung 3 pasien yang akan melahirkan. Bila pada hari itu datang 6 pasien yang akan melahirkan, dalam berapa cara dapat disusun kemungkinan keenam pasien bisa dirawat inap?

Jawab

Banyaknya cara penerimaan 3 pasien rawat inap dari 6 pasien yang datang. Disini r = 3 dan n = 6, sehingga permutasi yang dapat disusun dari 3 pasien yang diambil secara acak dari 6 pasien adalah: $_6P_3 = 6! / (6-3)! = 6!/3! = 6 \times 5 \times 4 = 120$ cara

Kombinasi:

- Banyaknya kombinasi r elemen dari n elemen yang berbeda yang berkaitan dengan banyaknya permutasi tanpa memperhatikan urutan disebut kombinasi. Bila himpunan itu terdiri atas n anggota dan diambil sebanyak r, dimana $r \leq n$, banyaknya susunan yang diperoleh dengan cara kombinasi adalah:

$$\mathbf{{}_{n}C_{r} = (n\ r) = n!\ /\ r!\ (n - r)!}$$

- kombinasi juga ditulis dengan cara $C\ (_{n,r})$ atau $C_{\ n,r}$

Contoh :

17. ${}_{6}C_{2} = (6\ 2) = 6!\ /\ 2!\ (6\text{-}2)! = 6!\ /\ 2!\ 4! = 15$

Bila dari {a, b, c, d} diambil 3 objek, banyaknya permutasi dan kombinasi yang diperoleh adalah

Jawab

Permutasi ${}_{4}P_{3} = 4!\ /\ (4 - 3)! = 4!\ /\ 1! = 24$ cara

Kombinasi ${}_{4}C_{3} = 4!\ /\ 3!\ (4 - 3)! = 4!\ /\ 3!\ 1! = 4$ cara

Jelas bahwa banyaknya susunan yang diperoleh dengan cara kombinasi jauh lebih sedikit dari permutasi

TUGAS 1 :

1. Sebuah kotak berisi 8 bola merah, 7 bola putih, dan 5 bola biru. Jika diambil 1 bola secara acak, tentukanlah probabilitas terpilihnya :
   - Bola merah
   - Bola biru
   - Bola putih
   - Bola merah atau biru
2. Peluang seorang pria akan hidup selama 25 tahun adalah 3/5 dan peluang istrinya akan hidup selama 25 tahun adalah 2/3. Tentukanlah peluang :
   - Keduanya akan hidup selama 25 tahun
   - Hanya pria yang hidup selama 25 tahun
   - Hanya istri yang hidup selama 25 tahun
   - Paling sedikit salah satu dari mereka (suami/istri) hisup selama 25 tahun

3. Tiga wanita dipilih secara acak untuk ditanya apakah mereka mencuci pakaian dengan detergen. Tentukanlah :

- Anggota ruang sampel S dengan memakai huruf Y = ya dan T = tidak
- Tulislah anggota kejadian E dalam S yang menyatakan bahwa paling sedikit dua wanita memakai detergen
- Hitunglah P(E)

4. Dalam pengumpulan nilai probabilitas dan statistika mahasiswa jurusan SI STT NIIT I-Tech, diperoleh daftar nilai sebagai berikut :

Nilai	40	50	60	70	80	90	100
Frekuensi	3	4	5	8	2	2	1

Jika kita mengambil 1 nilai secara random, berapa probabilitas dari :

- Mahasiswa yang memperoleh nilai diatas 60
- Mahasiswa yang memperoleh nilai antara 60 dan 80 (60 < nilai < 80)

5. Pada pelemparan 3 uang logam, tunjukkanlah bahwa munculnya muka dari 3 uang logam saling bebas
6. Diberikan populasi sarjana disuatu kota yang dibagi menurut jenis kelamin dan status pekerjaan sebagai berikut:

	Bekerja	Menganggur	Jumlah
Laki-laki	460	40	500
Wanita	140	260	400
Jumlah	600	300	900

Misalnya diambil seorang dari mereka untuk ditugaskan melakukan promosi barang dikota tersebut. Bila ternyata yang terpilih adalah orang yang telah bekerja, berapakah probabilitasnya bahwa dia

(a). Laki-laki

(b). Wanita

7. Sebanyak 3 kupon diambil dari 5 buah kupon untuk menentukan hadiah pertama, kedua, dan ketiga. Hitunglah banyaknya titik contoh dalam ruang contohnya

Kesimpulan:

1. Probabilitas merupakan cara untuk memahami cara menganalisis kejadian yang digunakan sebagai data dalam suatau proses pengambilan data itu sendiri.
2. Dalam proses analisis, peristiwa kejadian pertama bisa berakibat pada kejadia selanjutnya.

Referensi:

1. Ronald E. Walpole, Raymond H. Myers, Sharon L. Myers and Keying Ye, *Probabilitiy and Statistics for Engineers and Scientists,* Pearson Prentice Hall, 8th edition, 2007
2. Subhash Sharma, *Applied Multivariate Techniques*, , John wiley and son
3. R Johson and D Wichern, *Applied multivariate statistics*, Prentice Hall.
4. J. Supranto, M.A. ,2001, Statistika Teori dan Aplikasi, Erlangga, Jakarta.
5. Douglas C. Montgomery, George C. Runger, 2003, Applied Statistic and Probability for Engineer, third edition, John Wiley and Son Inc.