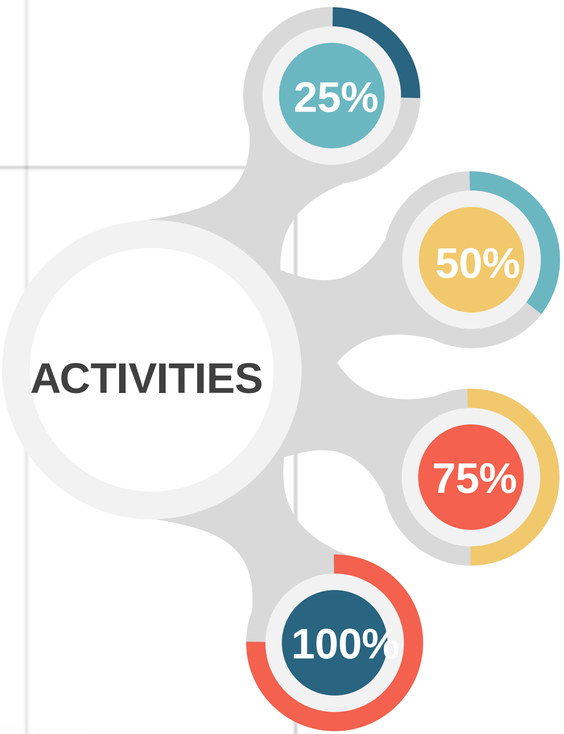
08

PROBABILITAS

Universitas Esa Unggul

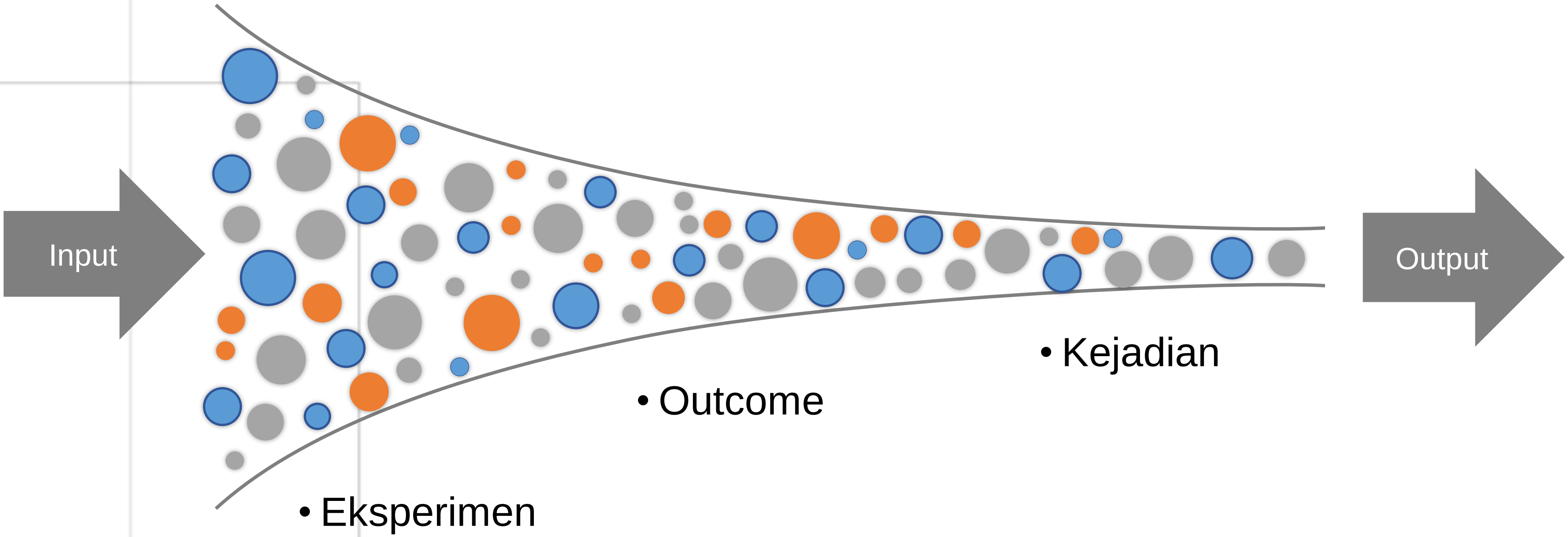
TUJUAN BELAJAR



- MEMAHAMI FUNGSI DAN METODE PERHITUNGAN PROBABILITAS
- MENJELASKAN ARTI DAN KEJADIAN/PERISTIWA DAN NOTASI HIMPUNAN
- MEMAHAMI PERATURAN DAN PERHITUNGAN PROBABILITAS
- MEMAHAMI PERMUTASI DAN KOMBINASI

PROBABILITAS

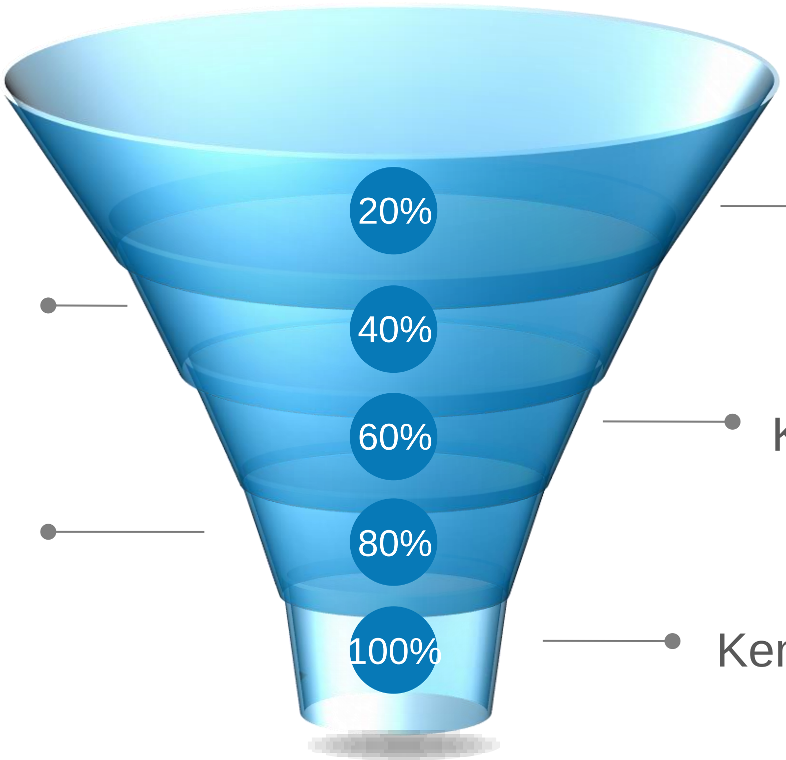
"SUATU NILAI YANG DIGUNAKAN UNTUK MENGUKUR TINGKAT TERJADINYA SUATU KEJADIAN YANG ACAK"



LOGICAL FRAMEWORK OF PROBABILITY

Kemungkinan tidak terjadi

Kemungkinan tidak terjadi

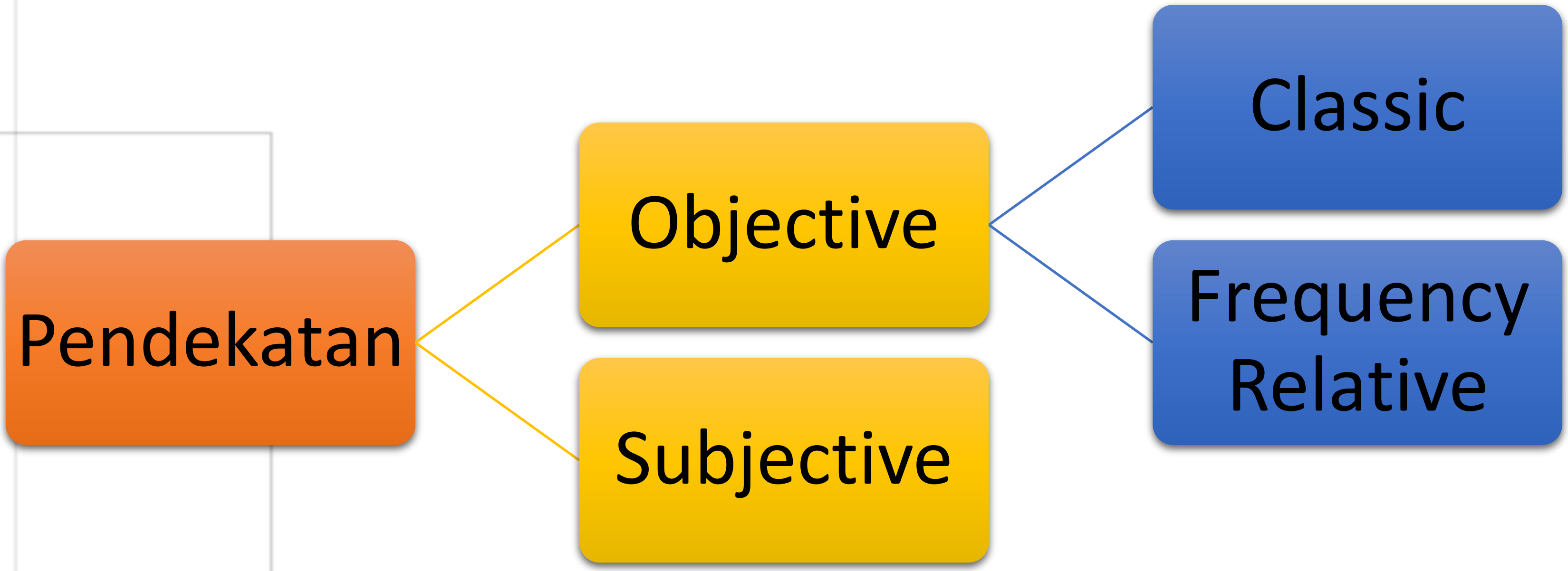


Kemungkinan bisa terjadi

Kemungkinan terjadi

Kemungkinan pasti terjadi

PENDEKATAN PERHITUNGAN PROBABILITAS



PENDEKATAN KLASIK

Peneliti harus mengetahui terlebih dahulu seluruh kejadian yang akan muncul

Perhitungan probabilitas secara klasik didasarkan pada asumsi bahwa hasil dari suatu eksperimen mempunyai kemungkinan (peluang/probalbilitas) yang sama.

PENDEKATAN KLASIK

Contoh: seorang kepala pabrik mengatakan bahwa dari 100 barang produksinya, ada 25 barang yang rusak. Jika barang di kemas dengan baik, kemudian seorang pembeli mengambil satu barang secara acak. Berapakah probabilitasnya bahwa barang yang diambil tersebut adalah barang rusak?

Penyelesaian: Diketahui n= 100 dan x = 25.

$$P(A) = \frac{x}{n}$$

$$= \frac{25}{100} = 0{,}25 \; atau \; 25\%$$

PENDEKATAN KLASIK

Contoh: seorang direktur bank mengatakan bahwa dari 1000 nasabahnya terdapat 150 orang yang tidak puas dengan pelayanan bank. Pada suatu hari kita bertemu dengan salah seorang nasabah. Berapa probabilitasnya bahwa nasabah tersebut tidak puas?

Penyelesaian: Diketahui n= 1000 dan x = 150.

$$P(A) = \frac{x}{n}$$

$$= \frac{150}{1000} = 0{,}15 \; atau \; 15\%$$

PENDEKATAN KLASIK

$$\text{Probabilitas suatu peristiwa} = \frac{\text{Jumlah kemungkina n hasil (peristiwa)}}{\text{Jumlah tot al kemungkina n hasil}}$$

Percobaan	Hasil	Hasil	Probabilitas
Kegiatan melempar uang koin	1. Muncul gambar 2. Muncul angka	2	1/2
Kegiatan perdagangan saham	1. Menjual saham 2. Membeli saham	2	1/2
Perubahan harga	1. Inflasi (harga naik) 2. Deflasi (harga turun)	2	½
Mahasiswa belajar	1. Lulus memuaskan 2. Lulus sangat memuaskan 3. Lulus terpuji	3	1/3

PENDEKATAN KLASIK

Perhatikan kembali percobaan pelemparan sebuah dadu. Ruang sampelnya adalah S = {1, 2, 3, 4, 5, 6} sehingga n (S) = 6. Misalkan, kejadian munculnya muka dadu yang bertitik prima dinyatakan dengan K = {2, 3, 5} sehingga n(K) = 3.

Peluang munculnya setiap titik sampel di dalam ruang sampel adalah sama, yaitu 1/6. Jadi, peluang munculnya muka dadu bertitik prima adalah

$$P(K) = \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}.$$

PENDEKATAN KLASIK

Selain dengan cara tersebut, nilai P(K) juga dapat ditentukan dengan cara sebagai berikut.
S = {1, 2, 3, 4, 5, 6} maka n(S) = 6.
K = {2, 3, 5} maka n(K) = 3.

$$P(K) = \frac{n(K)}{n(S)} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

Uraian tersebut menjelaskan bahwa jika setiap titik sampel anggota ruang sampel S memiliki peluang yang sama maka peluang kejadian K yang memiliki anggota sebanyak n(K) dinyatakan sebagai berikut.

$$\boxed{P(K) = \frac{n(K)}{n(S)} \text{ dengan } K \subset S}$$

PENDEKATAN FREKUENSI RELATIF

Konsep

Perhitungan probabilitas berdasarkan frekuensi relatif menggunakan limit dari frekuensi relatif yang diperoleh dari suatu percobaan

fr = frekuensi relatif
Xi = kejadian i

$$P(X_i) = \lim_{n \to \infty} \frac{f_i}{n}$$

PENDEKATAN FREKUENSI RELATIF

- frekuensi relatif (fr) munculnya suatu kejadian (K) yang diamati dari *n* percobaan, dapat dirumuskan sebagai **fr = K/n.**

$$\text{Frekuensi relatif} = \frac{\text{Banyak kejadian } K}{\text{Banyak percobaan}}$$

- Ambillah sekeping uang logam, kemudian lemparkan sebanyak 30 kali. Misalkan, hasil yang diperoleh adalah muncul sisi gambar sebanyak 13 kali. Perbandingan banyak kejadian muncul sisi gambar dengan banyak pelemparan adalah 13/30. Nilai inilah yang disebut frekuensi relatif.

PENDEKATAN FREKUENSI RELATIF

Contoh Soal 1

Pada pelemparan dadu sebanyak 100 kali, muncul muka dadu bernomor 6 sebanyak 16 kali. Tentukan frekuensi relatif munculnya muka dadu bernomor 6.

Penyelesaian: n = 100 dan K = 16

fr = K/n

fr = 16/100

fr = 0,16

Jadi, frekuensi relatif munculnya muka dadu bernomor 6 adalah 0,16.

PENDEKATAN FREKUENSI RELATIF

Rino melempar dadu sebanyak 200 kali. Hasilnya adalah muncul muka dadu sebagai berikut.

a. Bertitik 1 sebanyak 25 kali.

b. Bertitik 3 sebanyak 17 kali.

c. Bertitik 6 sebanyak 56 kali.

Tentukan frekuensi relatif kejadian munculnya mata dadu bertitik 1, 3, dan 6.

PENDEKATAN FREKUENSI RELATIF

Banyaknya percobaan adalah 200
a. Kejadian munculnya muka dadu bertitik 1 sebanyak 25 kali.

$$\text{Frekuensi relatif} = \frac{\text{banyak kejadian}}{\text{banyak percobaan}} = \frac{25}{200} = \frac{1}{8} = 0{,}125$$

Jadi, frekuensi relatif munculnya muka dadu bertitik 1 adalah 0,125.

PENDEKATAN FREKUENSI RELATIF

Banyaknya percobaan adalah 200
b. Kejadian munculnya muka dadu bertitik 3 sebanyak 17 kali.

$$\text{Frekuensi telatif} = \frac{17}{200} = 0,085$$

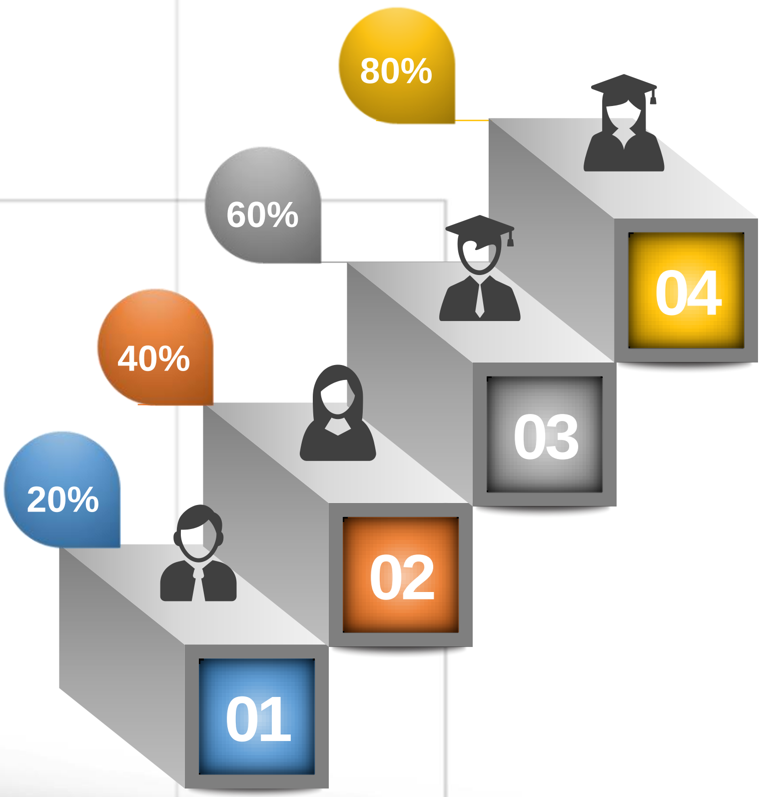
Jadi, frekuensi relatif munculnya muka dadu bertitik 3 adalah 0,085

PENDEKATAN FREKUENSI RELATIF

Banyaknya percobaan adalah 200
c. Kejadian munculnya muka dadu bertitik 6 sebanyak 56 kali.

$$\text{Frekuensi relatif } = \frac{56}{200} = 0,28$$

Jadi, frekuensi relatif munculnya muka dadu bertitik 6 adalah 0,28



$$\text{Probabilitas kejadian relatif} = \frac{\text{Jumlah peristiwa yang terjadi}}{\text{Jumlah tot al percobaan / kegiatan}}$$

Pada kegiatan jual beli saham di BEJ terdapat 3.000.000 transaksi yang terdiri dari 2.455.000 transaksi jual dan 545.000 transaksi beli. Peristiwa ini didorong aksi *profit taking*. Maka probasbilitas jual adalah (2.455.000 / 3.000.000) = 0,82 dan probasbilitas beli (545.000 / 3.000.000) = 0,18

Pada kejadian perubahan harga, maka dilihat apakah setiap bulan terjadi inflasi atau deflasi. Data dari BPS adalah sebagai berikut.

Bulan	Inflasi	Bulan	Inflasi	Bulan	Inflasi	Bulan	Inflasi
1	1,99	4	-0,24	7	0,82	10	0,54
2	1,50	5	0,80	8	0,29	11	1,85
3	-0,02	6	0,36	9	0,53	12	1,20

Dari data di atas terlihat bahwa jumlah bulan inflasi ada 10, dan jumlah bulan deflasi 2 dari total 12 bulan. probabilitas terjadinya inflasi adalah = 10 / 12 = 0,83 dan atau 83%, probabilitas terjadinya bulan deflasi = 2/12 = 0,17. Atau 17%.

Pada kegiatan mahasiswa belajar terlihat bahwa pada wisuda sarjana 2005, dari 900 mahasiswa, 520 orang lulus dengan memuaskan, 295 lulus dengan sangat memuaskan dan 85 lulus dengan terpuji. Maka probabilitas lulus memuskan = 520/900 = 0,58; probabilitas lulus dengan sangat memuaskan = 295/900 = 0,33; probabilitas lulus dengan terpuji = 85/900 = 0,09.

Pendekatan Subjektif

Pendekatan subjektif adalah menentukan besarnya probabilitas suatu peristiwa didasarkan pada penilaian pribadi dan dinyatakan dalam derajat kepercayaan.

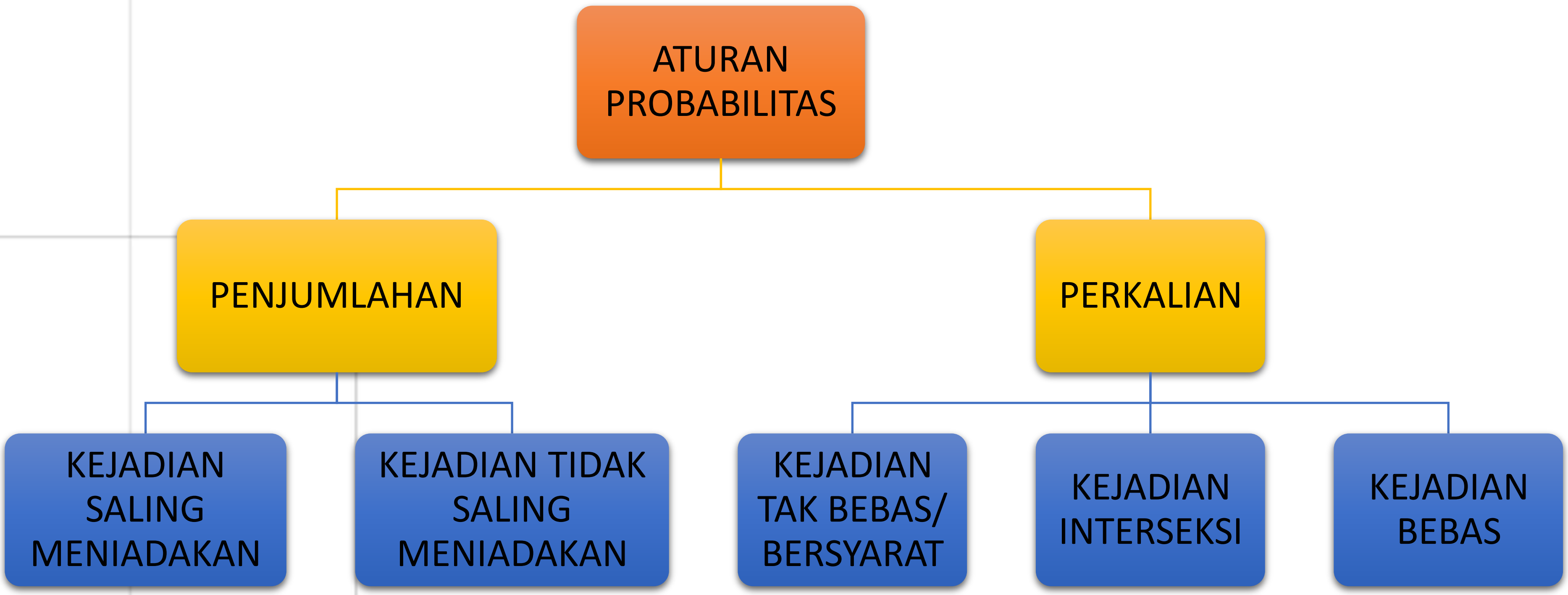
Penilaian subjektif diberikan karena terlalu sedikit atau tidak ada informasi yang diperoleh atau berdasarkan keyakinan.

Pendekatan subjektif menyatakan probabilitas suatu peristiwa terjadi berdasarkan penilaian pribadi

08

Universitas Esa Unggul

ATURAN DASAR PROBABILITAS


ATURAN PROBABILITAS
PENJUMLAHAN
PERKALIAN
KEJADIAN SALING MENIADAKAN
KEJADIAN TIDAK SALING MENIADAKAN
KEJADIAN TAK BEBAS/ BERSYARAT
KEJADIAN INTERSEKSI
KEJADIAN BEBAS

HUKUM PENJUMLAHAN PERISTIWA SALING LEPAS (MUTUALLY EXCLUSIVE)

Hukum penjumlahan menghendaki peristiwa yang saling lepas atau mutually exclusive yaitu apabila suatu peristiwa terjadi, maka peristiwa lain tidak dapat terjadi pada saat bersamaan.

Jika kejadian A dan B saling lepas maka probabilitas terjadi peristiwa tersebut adalah :

P(A atau B) = P(A) + P(B)

P (A ∪ B) = P(A) + P(B)

HUKUM PENJUMLAHAN PERISTIWA SALING LEPAS (MUTUALLY EXCLUSIVE)

Bila sebuah dadu dilemparkan, tentukan probabilitas :

A Peristiwa mata dadu 4 muncul

B Peristiwa mata dadu lebih kecil dari 3 muncul

Jawab :

$P(A) = \frac{1}{6} \quad P(B) = \frac{2}{6}$

Jadi P(A atau B) = P(A) + P(B) =

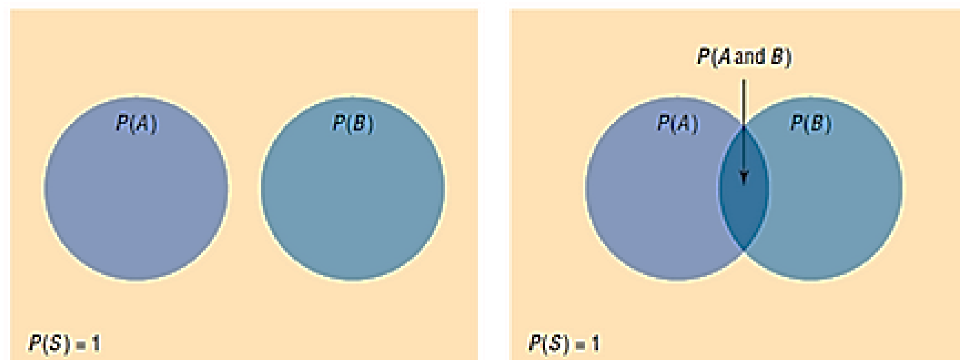
$\frac{1}{6} + \frac{2}{6} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$

HUKUM PENJUMLAHAN KEJADIAN BERSAMA (NON MUTUALLY EXCLUSIVE)

P(A atau B) = P(A) + P(B) – P(A dan B)

$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

- Peristiwa atau kejadian bersama Non Mutually Exclusive (Joint) yaitu dua peristiwa atau lebih dapat terjadi bersama-sama (tetapi tidak selalu bersama).



(a) Mutually exclusive events
$P(A \text{ or } B) = P(A) + P(B)$

(b) Nonmutually exclusive events
$P(A \text{ or } B) = P(A) + P(B) - P(A \text{ and } B)$

HUKUM PENJUMLAHAN KEJADIAN BERSAMA (NON MUTUALLY EXCLUSIVE)

Dalam sebuah unit rumah sakit terdapat 8 orang perawat dan 5 orang ahli terapi. Terdiri dari 7 perawat wanita dan 1 perawat pria, sedangkan untuk ahli terapi terdiri dari 3 wanita dan 2 pria. Jika seorang staff perawat dipanggil, berapa kemungkinan yang dating adalah pria?

Staff	Perempuan	Pria	Total
Perawat	7	1	8
Ahli Terapi	3	2	5
Total	10	3	13

P (perawat pria) = P(perawat)+P(Pria)-P(Perawat dan Pria)

P (perawat pria) = 8/13 + 3/13-1/13 = 10/13

HUKUM PERKALIAN
KEJADIAN BEBAS (INDEPENDENT EVENT)

Dua peristiwa atau kejadian yang saling bebas (independent event) artinya terjadinya suatu kejadian atau peristiwa tidak mempengaruhi probabilitas terjadinya peristiwa lain.

Dua peristiwa atau kejadian yang saling bebas (independen) dinyatakan sebagai berikut :

$$P (A \cap B) = P(A \text{ dan } B) = P(A) . P(B)$$

HUKUM PERKALIAN
KEJADIAN BEBAS (INDEPENDENT EVENT)

Sebuah mata uang logam dan sebuah dadu dilemparkan satu kali secara bersamaan. Tentukan probabilitas munculnya sisi muka pada uang logam dan mata 4 pada dadu.

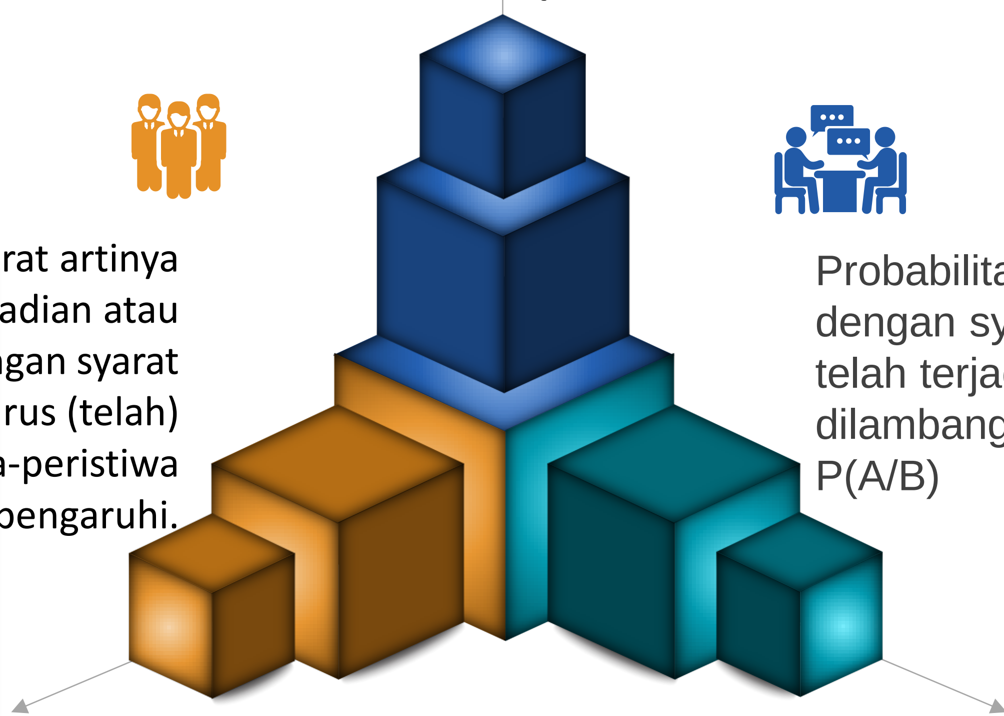
Jawab :

A = munculnya sisi muka pada uang logam
B = mata 4 pada dadu

$$P(A) = \frac{1}{2};\ P(B) = \frac{1}{6}$$

$$P(A\ B) = P(A) \, . \, P(B) = \frac{1}{2} . \frac{6}{6} = \frac{1}{12}$$

HUKUM PERKALIAN
KEJADIAN BERSYARAT(DEPENDENT EVENT)



Probabilitas bersyarat artinya terjadinya suatu kejadian atau peristiwa dengan syarat peristiwa lain harus (telah) terjadi dan peristiwa-peristiwa tersebut saling mempengaruhi.

Probabilitas kejadian A dengan syarat kejadian B telah terjadi yang dilambangkan dengan P(A/B)

$$P(A/B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)},\ P(B) > 0$$

HUKUM PERKALIAN
KEJADIAN BERSYARAT (DEPENDENT EVENT)

Sebuah kota berisikan 11 bola dengan rincian :

- 5 buah bola putih bertandakan +
- 1 buah bola putih bertandakan –
- 3 buah bola kuning bertandakan +
- 2 buah bola kuning bertandakan –

Bila diambil sebuah bola kuning dari kotak :

- Berapa probabilitas bola itu bertanda +
- Berapa probabilitas bola itu bertanda –

Misal

B = bola kuning

A^+ = bola bertanda +

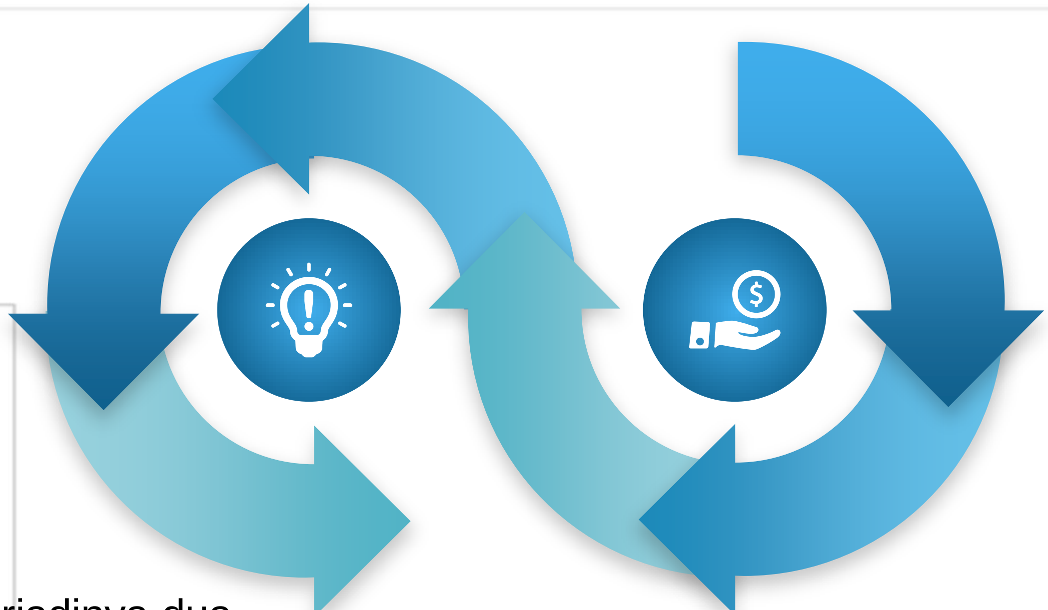
A^- = bola bertanda –

$$P(B) = \frac{5}{11};\ P(A^+ \cap B) = \frac{3}{11}$$

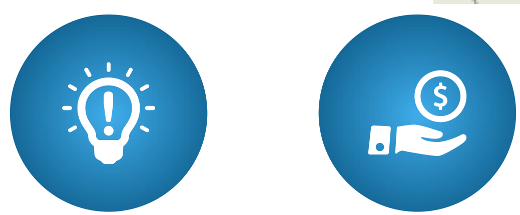
$$P(A^+/B) = \frac{P(A^+ \cap B)}{P(B)} = \frac{\frac{3}{11}}{\frac{5}{11}} = \frac{3}{5}$$

$$P(A^-/B) = \frac{P(A^- \cap B)}{P(B)} = \frac{\frac{2}{11}}{\frac{5}{11}} = \frac{2}{5}$$

HUKUM PERKALIAN
KEJADIAN GABUNGAN(INTERSECTION EVENT)



Terjadinya dua kejadian atau lebih peristiwa secara beruntun (bersamaan) dan peristiwa-peristiwa itu saling mempengaruhi



$$P(A \cap B \cap C) = P(A/B \cap C).P(B/C).P(C)$$

$$P(A \cap B) = P(A/B).P(B)$$

HUKUM PERKALIAN
KEJADIAN GABUNGAN (INTERSECTION EVENT)

Dari satu set kartu bridge, diambil tiga kartu setiap mengambil kartu yang dipilih tidak dikembalikan lagi. Tentukan probabilitas untuk tiga kartu AS

Jawab

S = kumpulan semua kartu n(S) = 52
A = terpilih kartu AS pada pengambilan pertama
B/A = terpilih kartu AS pada pengambilan kedua dengan syarat pada pengambilan pertama terpilih kartu AS

C/AÇB = terpilihnya kartu As pada pengambilan ketiga dengan syarat pengambilan pertama dan kedua terpilih kartu As

- Pengambilan pertama kartu as lengkap, n(A) = 4, n(S) = 52 $P(A) = \frac{4}{52} = \frac{1}{3}$
- Pengambilan ke dua, kartu As tinggal 3 maka n(B/A) = 3, n(S) = 51, jadi $P(B/A) = \frac{3}{51} = \frac{1}{17}$
- Pengambilan ke tiga, kartu As tinggal 2 maka n(C/AÇB) = 2, n(S) = 50, jadi $P(C/A \cap B) = \frac{2}{50} = \frac{1}{25}$

$$P(A \cap B \cap C) = P(C/A \cap B).P(B/A).P(A) = \frac{2}{50} \cdot \frac{3}{51} \cdot \frac{4}{52} = \frac{1}{25} \cdot \frac{1}{17} \cdot \frac{1}{13} = \frac{1}{5.525}$$