

MODUL ALJABAR LINIER

(MIK106)

Materi 8

Fungsi dan Sistem Persamaan Linier

Disusun Oleh

Mieke Nurmalasari, M.Si, M.Sc

Manajemen Informasi Kesehatan

Universitas Esa Unggul

2018

**MATERI 8**

**FUNGSI dan SISTEM PERSAMAAN LINIER**

1. **Pendahuluan**

Pada materi kedelapan ini akan dijelaskan lebih lanjut mengenai penyelesaian Sistem Persamaan Linier (SPL). Pada pertemuan sebelumnya sudah dibahas mengenai penyelesaian SPL dengan menggunakan metode invers dan metode determinan (metode cramer). Dua metode tersebut sudah dikenalkan lebih awal karena sekaligus berurutan dengan topik sebelumnya yang membahas tentang determinan dan invers sebuah matriks.

Sebenarnya ada beberapa metode atau cara dalam menyelesaiakan SPL, diantaranya adalah dengan metode substitusi, elimonasi dan gambar. Dalam modul ini akan dibahas lebih mendalam tentang metoda substitusi dan metode eliminasi.

Selain itu, di tahap awal akan dikenalkan mengenai pengertian dan unsur fungsi. Karena fungsi sangat penting untuk mempelajari suati hubungan antar variabel. Dan kejadian atau fenomena dalam kehidupan sehari-hari dapat dijelaskan dengan fungsi.

1. **Kompetensi Dasar**

 Mengetahui konsep dasar dan unsur pembentuk fungsi serta mempelajari cara penyelesaian persamaan linier dengan metod substitusi dan eliminasi.

1. **Kemampuan Akhir yang Diharapkan**
* Mahasiswa diharapkan mampu definisi sebuah fungsi
* Mahasiswa dapat menyebutkan unsur-unsur pembentuk fungsi
* Mahasiswa mencari penyelesaian persamaan linier dengan menggunakan metode substitui dan metode eliminasi.
1. **Kegiatan Belajar**

**FUNGSI dan SISTEM PERSAMAAN LINIER (SPL)**

 **Fungsi adalah suatu bentuk hubungan matematik yang menyatakan hubungan ketergantungan (hubungan fungsional) antara satu variable dengan variable lain.**

**Unsur pembentuk fungsi:**

1. **Variabel**
2. **Koefisien**
3. **Konstanta**

 **Variabel dan keofisien selalu terdapat dalam setiap bentuk fungsi, sedangkan konstanta bisa ada dan bisa tidak dalam sebuah fungsi.**

 **Variabel**

 **Variabel adalah unsur pembentuk fungsi yang mencerminkan atau mewakili faktor tertentu.**

**Variabel terdiri dari dua:**

1. **Variabel bebas (*independent variable*)**

**Variabel bebas adalah variable yang nilainya tidak tergantung dengan variable lainnya.**

1. **Variabel tidak bebas (*dependent variable*)**

**Variabel tidak bebas adalah variable yang nilainya tergantung dengan variable lain.**

 **Koefisien dan Konstanta**

 Koefisien adalah bilangan yang terkait dengan ariabel dan bilangan ini terletak di depan suatu variable dalam sebuah fungsi.

 Kontanta adalah bilangan atau angka yang berdiri sendiri tidak terkait dengan variable tertentu.

**Notasi Umum:**

 y = f(x)

contoh:

 y = 2 + 4x

 f(x) = 2 + 4 x

 Dimana konstanta = 2 dan koefisein = 4 dan x dan y adalah variabel

 Y = f(x) artinya y menrupakan fungsi dari besar kecilnya nilai y tergantung pada atau fungsi terhadap nilai x

 Bentuk umum persamaan linier:

 y = a0 + a1 x

 Dimana:

 Y = variable tidak bebas

 x = variable bebas ( x berpangkat satu, merupakan persamaan liner).

 a0 = Kontanta

a1 = koefisien

 Berdasarkan letak ruas variabelnya dibedakan menjadi dua:

1. Fungsi Eksplisit

Fungsi yang variable bebas dan variable tidak bebasanya letaknya berlainan.

1. Fungsi Implisit

Fungsi yang variable bebas dan variable tidak bebas terletak pada satu ruas yang sama.

 Contoh:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Bentuk | Fungsi Eksplisit | Fungsi Implisit |
| Umum | y = f (x) | F(x,y) = 0 |
| Linier | y = a0 + a1 x |  a0 + a1 x – y = 0 |
| Linier | y = 3 + 5 x | 3 + 5x – y = 0 |

**Penyelesaian SPL dengan Cara Substitus dan Eliminasi**

Telah dijelaskan di bagian awal bahwa, system persamaan linier dapat dijelaskan dengan beberapa metode, yaitu:

1. Metode invers
2. Metode determinan (metode Cramer)
3. Metode substitusi
4. Metode eliminasi.
5. Metode Gambar

 Kita akan membahas metode substitusi dan eliminasi.

 **Metode Substitusi**

 Metode ini digunakan dengan cara mensubstitusikan suatu variable ke dalam variable lainnya.

 Contoh:

 2x + 3y = 21 ….(1)

 x + 4y = 23 ….(2)

Misalkan pilih persmaan (2), maka ubahlah persamaan x + 4y = 21 menjadi x = 21-4y

 Sehingga masukkan nilai x yang sudah didapat ke dalam persamaan 1.

 2 (23 – 4y) + 3y = 21

 46 – 8y + 3y = 21

 46 – 5y = 21

 -5y = 21 – 46

 -5y = 25

 y = -25/ -5 = 5

 Setelah mendapat nilai y = 5, maka masukkan ke salah satu persamaan, misal persaan (2).

Y = 5 -> x = 23 – 4y

 = 23 – 4 (5)

 = 23 – 20

 = 3

Sehingga dapat disimpulkan bahwa sistem persamaan x = 3 dan y = 5.

**Metode Eliminasi**

Metode eliminasi adalah suatu metode yang caranya dengan menghilangkan sementara salah satu variable untuk mendapatkan variabel lainnya.

 Contoh:

1. 2x + 3y = 21 | x1 | 2x + 3y = 21
2. x + 4y = 23 | x2 | 2x + 8y = 46 –

 -5y = -25

 y = -25/-5 = 5

masukkan nilai y = 5 ke dalam salah satu persamaan di atas, misalakan pilih persamaan (2), maka diperoleh:

x + 4 y = 23

x + 4 (5) = 23

 x = 23 – 20 =3

 Maka diperoleh nilai x = 3 dan y = 5.

CONTOH SOAL

Soal 1

1. Ubahlah persamaan garis berikut :
2. 2x + 3y – 6 = 0 → (ke bentuk eksplisit)
3. y = ½x – 5 → (ke bentuk implist)
4. berikan satu contoh soal sistem persamaan linier dengan 2 variabel yang diselesaikan dengan cara eliminasi dan cara subtitusi.

**Jawaban :**

1. **a. 2x + 3y – 6 = 0**

3y = -2x + 6

y = (-2x + 6) / (3)

y = -2/3x + 2

**b. y = ½x – 5**

y - ½ + 5 = 0 (dikali -2, untuk menghilangkan bentuk pecahan)

x – 2y – 10 = 0

Soal 2

**Tentukan nilai x dan y dari persamaan berikut dengan menggunakan metode eliminasi !**

x- y = 4 │x4│ 4x + 4y = 16

2x + 4y = 20 │x1│ 2x + 4y = 20 –

 2x = -4

x = -2

setelah menemukan nilai x selanjutnya kita mencari nilai y dengan cara yang sama yaitu eliminasi nilai x

x – y = 4 │x2│ 2x + 2y = 8

2x + 4y = 20 │x1│ 2x + 4y = 20 –

 -2y = -12

y = 6

jadi nilai x = -2 dan nilai y = 6

**b. Tentukan himpunan penyelesaian berikut ini dengan metode subtitusi**

x – y = 4

2x + 4y = 20

Kita gunakan persamaan pertama untuk disubtitusikan ke persamaan kedua

x – y = 4

x = 4 + y

subtitusikan nilai y ke persamaan linier kedua

2x + 4y = 20

2 (4 + y) + 4y = 20

8 + 2y + 4y = 20

6y = 20 – 8

6y = 12

y = 2

selanjutnya subtitusikan nilai y ke salah satu persamaan :

x – y = 4

x – 2 = 4

x = 4 + 2

x = 6

jadi himpunan penyelesaian diatas adalah {(6,2)}

Soal 3

3x + y = 10

 x – y = 4

1. **Eliminasi**

Variabel y dapat kita eliminasi (hilangkan) dengan cara dijumlahkan, sehingga nilai x bisa kita tentukan dengan cara berikut ini:

3x + y = 10

 x – y = 4 +

 4x = 14

 x = 4

Selanjutnya, kita akan menentukan nilai y dengan cara mengeliminasi variabel x. Untuk dapat mengeliminasi variabel x, maka kita harus menyamakan koefisien x dari kedua persamaan.

3x + y = 10 → Koefisien x = 1

 x – y = 4 → Koefisien x = 3

Agar kedua koefisien x sama, maka persamaan pertama kita kali dengan 1 sedangkan persamaan kedua kita kali dengan 3. Setelah itu, kedua persamaan kita kurangkan.

3x + y = 10 (x1) → 3x + y = 10

 x – y = 4 (x3) → 3x - 3y = 10 -

 4y = 0

 y = 0

Jadi, nilai x = 4, y = 0

1. **Substitusi**

3x + y = 10 ................... (Pers. 1)

 x – y = 4 .................... (Pers. 2)

Dari persamaan (2) kita peroleh persamaan y sebagai berikut

x - y = 4

y = 4 + x

Lalu kita subtitusikan persamaan y ke persamaan (1) sebagai berikut.

3x + y = 10

3x + 4 + x = 10

4x = 10 – 4

4x = 4

 x = 2

Terakhir, untuk menentukan nilai y, kita subtitusikan nilai x ke persamaan (1) atau persamaan (2) sebagai berikut

x – y = 4

2 – y = 4

 y = 6

Jadi, nilai x = 2, y = 6

**Soal 4**

**Jawaban:**

3x + y = 12

 x – y = 4

1. **Eliminasi**

Variabel y dapat kita eliminasi (hilangkan) dengan cara dijumlahkan, sehingga nilai x bisa kita tentukan dengan cara berikut ini:

3x + y = 12

 x – y = 4 +

 4x = 16

 x = 4

Selanjutnya, kita akan menentukan nilai y dengan cara mengeliminasi variabel x. Untuk dapat mengeliminasi variabel x, maka kita harus menyamakan koefisien x dari kedua persamaan.

3x + y = 12 → Koefisien x = 1

 x – y = 4 → Koefisien x = 3

Agar kedua koefisien x sama, maka persamaan pertama kita kali dengan 1 sedangkan persamaan kedua kita kali dengan 3. Setelah itu, kedua persamaan kita kurangkan.

3x + y = 12 (x1) → 3x + y = 12

 x – y = 4 (x3) → 3x - 3y = 12 -

 4y = 0

 y = 0

Jadi, nilai x = 4, y = 0

1. **Substitusi**

3x + y = 12 ................... (Pers. 1)

 x – y = 4 .................... (Pers. 2)

Dari persamaan (2) kita peroleh persamaan y sebagai berikut

x - y = 4

y = 4 + x

Lalu kita subtitusikan persamaan y ke persamaan (1) sebagai berikut.

3x + y = 12

3x + 4 + x = 12

4x = 12 – 4

4x = 8

 x = 2

Terakhir, untuk menentukan nilai y, kita subtitusikan nilai x ke persamaan (1) atau persamaan (2) sebagai berikut

x – y = 4

2 – y = 4

 y = 6

Jadi, nilai x = 2, y = 6

 Soal 5

**x – y = 4**

**2x + 4y = 20**

Jawab :

Subsitusi

X = 4 - y

subsitusi nilai x

2x + 4y = 20

2(4 + y) + 4y = 20

8 + 2y + 4y = 20

6y = 20 – 8

6y = 12

Y = 2

Subsitusi nilai y

x – y = 4

x – 2 = 4

x = 4 + 2

x = 6

jadi system persamaan liniernya yaitu (2 , 6 )

4x + y = 24 (pers 1)

 x – y = 6 (pers 2)

 **a. Cara Substitusi**

 Dari persamaan (2) diatas, dapat disimpulkan bahwa :

 x = 6 + y, maka substitusikan nilai x tersebut ke persamaan (1)

 4 (6 + y) + y = 24

 24 + 4y + y = 24

 24 + 5y = 24

 5y = 24 – 24

 5y = 0

 y = 0/5 = 0

 setelah dapat nilai Y, substitusikan kedalam X melalui persamaan 2 (lebih simpel persamaannya) :

 x – y = 6

x – 0 = 6

x = 6

Jadi himpunan penyelesaian untuk persamaan diatas adalah {6,0}.

**b. Cara Eliminasi**

Mencari nilai X, eliminasi Y :

 4x + y = 24

 x – y = 6 +

 5x = 30

 x = 30/5 = 6

 Untuk mencari nilai Y, eliminasi X yaitu dengan cara samakan nilai kedua koefisien x

 4x + y = 24 → dikali 1

 x – y = 6 + → dikali 4

 4x + y = 24

 4x – 4y = 24 -

 5y = 0

 y = 0/5 = 0

 Jadi Himpunan penyelesaian dari persamaan diatas yaitu {6,0}

2. Tentukan penyelesaian dari SPLDV : *x + y =* 4 dan *x –* 2*y =* -2 dengan metode substitusi!

Jawab :

*x + y =* 4 *⇒ x =* 4 *– y*

*x =* 4 *– y* disubstitusikan pada *x –* 2*y =* - 2 akan diperoleh :

*x –* 2*y =* - 2

⇔ (4 *– y* ) *–* 2*y =* - 2

⇔ 4 *–* 3*y =* - 2

⇔ *-*3*y =* -6

⇔ *y* = = 2

selanjutnya untuk *y* =2 disubstitusikan pada salah satu persamaan, misalnya ke persamaan *x + y =* 4, maka diperoleh :

*x + y =* 4

⇔ *x +* 2 *=* 4

⇔ *x =* 4 – 2 = 2

Jadi, penyelesaianya adalah *x* = 2 dan *y =* 2

Tentukan penyelesaian dari SPLDV : *x + y =* 4 dan *x –* 2*y =* -2 dengan metode eliminasi!

Jawab :

* Mengeliminir peubah *x*

*x + y =* 4

*x –* 2*y =* - 2

3*y =* 6

 *y =* 2

* Mengeliminir peubah *y*

*x + y =* 4•22*x +* 2*y =* 8

*x –* 2*y = -* 2•1 *x –* 2*y =* -2

3*x =* 6

 *x =* 2

Jadi, penyelesaianya adalah *x =* 2 dan *y =* 2

**Soal 6**

6x + 10 y = 16

 X + 4y = 12

Sehingga :

6x+10y=16$\left|x1\right|$→ 6x+10y=16

 X+4y =12$\left|x6\right|$→ 6x+24y=72-

 -14y=-56

 Y= 4

Jadi nilai dari y adalah 4, setelah itu, baru disubstitusikan ke bentuk persamaan yang ke dua

X+4y =12

X+4(4) =12

X+16 =12

 X =12-16

 X = -4

Jadi, hasil himpunan dari 6x+10y=16 dan x+4y=12 adalah ( 4, -4)

1. Eliminasi

2x + 3y + 6 = 0 |x1|

$\frac{1}{3}$x + y + 5 = 0 |x3|

2x + 3y + 6 = 0

x + 3y + 15 = 0

x – 9 = 0

x = 9

maka x = 9, selanjutnya masukan nilai x kedalam persamaan 2x + 3y + 6 = 0

2x + 3y + 6 = 0

2 (9) + 3y + 6 = 0

3y + 24 = 0

y = 8

Jadi, himpunan penyelesaiannya adalah (9, 8)

1. Substitusi

2x + 3y + 6 = 0

2x + 3 ($\frac{1}{3}$x + 5) + 6 = 0

2x + x + 15 + 6 = 0

3x + 21 = 0

x = 7

y = $\frac{1}{3}$x + 5

y = $\frac{1}{3}$ (7) + 5

y = $\frac{7}{3}$ + 5

y = 7 + 15

y = 22

jadi nilai HP adalah ( 7, 22).

Soal 7

4x + 3y = 6 dan 2x – y = 3

Ubah salah satu variabel menjadi persamaan yang ekuivalen, yakni:

2x – y = 3 => y = 2x – 3

Substitusikan ke persamaan yang lainnya, maka:

=> 4x + 3y = 6

=> 4x + 3(2x – 3) = 6

=> 4x + 6x – 9 = 6

=> 10x = 15

=> x = 15/10

=> x = 3/2

Substitusi x = 3/2 ke persamaan y = 2x – 3, maka:

=> y = 2x – 3

=> y = 2(3/2) – 3

=> y = 3 – 3

=> y = 0

Jadi, himpunan penyelesaiannya adalah {(2/3, 0)}.

Soal 8

Contoh soal dengan menggunakan metode substitusi dan eliminasi

x + y = 1 dan x + 5y = 5

**Metode Eliminasi**

*Langkah I (eliminasi variabel y)*

Untuk mengeliminasi variabel y, ingat koefisien y harus sama, sehingga persaman x + y = 1 dikalikan 5 dan persamaan x + 5y = 5 dikalikan 1, maka:

x + y = 1 │× 5 =>5x + 5y = 5

x + 5y = 5 │× 1 => x + 5y = 5

5x + 5y = 5

x + 5y = 5

--------------- –

4x + 0 = 0

x = 0

*Langkah II (eliminasi variabel x)*

Sama seperti langkah I, tidak perlu menyamakan koefisien untuk mengeliminasi variabel x karena koefisiennya sudah sama, maka:

x + y = 1

x + 5y = 5

--------------- –

0 + –4y = –4

y = 1

Jadi, himpunan penyelesaiannya adalah {(0, 1)}

**Metode Substitusi**

 x + y = 1 dan x + 5y = 5

 dari persamaan 1, kita mendapatkan persamaan berikut ini :

 x + y = 1

 x = 1 – y

 kemudian substitusikan persamaan 1 ke persamaan 2 :

 x + 5y = 5

 (1 – y) + 5y = 5

 1 – y + 5y = 5

 1 + 4y = 5

 4y = 5-1

 4y = 4

 y = 1

 substitusikan nilai y ke persamaan 1 atau 2 untuk mengetahui nilai x

 x + y = 1

 x = 1 – y

 x = 1 – 1

 x = 0

Jadi, himpunan penyelesaiannya adalah {(0, 1)}

Soal9

Contoh soal: (1) 6x + 10y = 16

 (2) x + 4y = 12

1. **Metode subtitusi**

Menghitung persamaan y dari persamaan ke dua → x + 4y = 12

 4y = 12 – x

 y = 3 – 1/4x

Lalu kita subtitusikan persamaan y ke persamaan ke 1 sebagai berikut

6x + 10y = 16 → 6x + 10(3 – 1/4x) = 16

 6x + 30 – 10/4x = 16

 6x – 5/2x + 30 = 16

 7/2x = -14

 x = -14 . 2/7

 x = - 4

Terakhir, untuk menentukan nilai y, kita subtitusikan nilai x ke persamaan (1) atau persamaan (2) sebagai berikut.

x + 4y = 12 → -4 + 4y = 12

 4y = 12 + 4

 y = 16/4

 y = 4

Jadi, himpunan penyelesaian dari SPLDV tersebut adalah {(-4, 4)}.

1. **Metode eliminasi**

Contoh soal: (1) 6x + 10y = 16

 (2) x + 4y = 12

kita akan menentukan nilai x dengan cara mengeliminasi variabel y. Untuk dapat mengeliminasi variabel y, maka kita harus menyamakan koefisien y dari kedua persamaan.

Agar kedua koefisien y sama, maka persamaan pertama kita kali dengan 4 sedangkan persamaan kedua kita kali dengan 10. Setelah itu, kedua persamaan kita kurangkan. Perhatikan langkah berikut.

6x + 10y = 16 |x 4| → 24x + 40y = 64

x + 4y = 12 |x 10 | → 10x + 40y = 120

 -

 14x = -56

 X = -56/14

x = -4

langkah yang sama juga berlaku untuk menentukan nilai y yaitu dengan mengeliminasi variabel x. Agar kedua koefisien x sama, maka persamaan pertama kita kali dengan 1 sedangkan persamaan kedua kita kali dengan 6. Setelah itu, kedua persamaan kita kurangkan. Perhatikan langkah berikut.

6x + 10y = 16 | x 1| → 6x + 10y = 16

x + 4y = 12 | x 6| → 6x + 24y = 72

 -

 -14y = -56

 y = -56/-14

 y = 4

Dengan demikian, kita peroleh bahwa nilai x = -4 dan y = 4 sehingga himpunan penyelesaian dari sistem persamaan di atas adalah {(-4, 4)}.