



www.esaunggul.ac.id

TURUNAN FUNGSI PERTEMUAN 6

KEMAMPUAN AKHIR YANG DIHARAPKAN

Mahasiswa mampu untuk menganalisis serta menerapkan turunan fungsi

TURUNAN FUNGSI

$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$ disebut turunan fungsi f di x yang ditulis dengan notasi $f'(x)$, sehingga kita peroleh rumus sebagai berikut:

$$f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

TURUNAN FUNGSI

DAPAT DINOTASIKAN :

$$f'(x) \text{ atau } \frac{df}{dx}$$

$$\frac{df}{dx} = \frac{d}{dx}(f) \text{ dan } \frac{dy}{dx} = \frac{d}{dx}(y)$$

TURUNAN FUNGSI

dengan :

$\frac{d}{dx}$ menyatakan operasi turunan terhadap x , sehingga $\frac{df}{dx}$ menunjukkan turunan dari f terhadap x

serta :

$\frac{dy}{dx}$ menunjukkan turunan dari y terhadap x

TURUNAN FUNGSI

Andaikan $f(x) = 13x - 6$

cari $f'(4)$?

Penyelesaian :

$$\begin{aligned} f'(4) &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(4+h) - f(4)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{[13(4+h) - 6] - [13(4) - 6]}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{13h}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} 13 = 13 \end{aligned}$$

RUMUS-RUMUS DASAR DARI TURUNAN

1. $y = x^n$, maka $y' = nx^{n-1}$
2. y suatu fungsi konstanta, maka $y' = 0$
3. y suatu fungsi trigonometri
 - a) $y = \sin x$, maka $y' = \cos x$
 - b) $y = \cos x$, maka $y' = -\sin x$
 - c) $y = \tan x$, maka $y' = \sec^2 x$
 - d) $y = \cot x$, maka $y' = -\csc^2 x$
 - e) $y = \sec x$, maka $y' = \sec x \tan x$
 - f) $y = \csc x$, maka $y' = -\csc x \cot x$

RUMUS-RUMUS DASAR DARI TURUNAN

4. y suatu fungsi logaritma

a) $y = {}^g\log x$, maka $y' = 1/(x \ln g)$

b) $y = \ln x$, maka $y' = 1/x$

5. y suatu fungsi eksponen

a) $y = a^x$, maka $y' = a^x \ln a$

b) $y = e^x$, maka $y' = e^x$

RUMUS-RUMUS DASAR DARI TURUNAN

6. y suatu fungsi siklonometri

a) $y = \arcsin x$, maka $y' = 1/(\sqrt{1 - x^2})$

b) $y = \arccos x$, maka $y' = -1/(\sqrt{1 - x^2})$

c) $y = \arctan x$, maka $y' = 1/(1 + x^2)$

d) $y = \text{arccot } x$, maka $y' = -1/(1 + x^2)$

e) $y = \text{arcsec } x$, maka $y' = 1/x(\sqrt{x^2 - 1})$

f) $y = \text{arccsc } x$, maka $y' = -1/x(\sqrt{x^2 - 1})$

ATURAN RANTAI UNTUK FUNGSI TERSUSUN

Untuk fungsi-fungsi yang bentuknya rumit, dimana y adalah fungsi dari u (atau v), u dan v merupakan fungsi dari x , turunannya kita cari dengan mengembalikannya ke rumus dasar. Cara pengembaliannya sebagai berikut:

1. Jika berbentuk $y = \lambda u$, maka $y' = \lambda(u)'$, λ bilangan
2. Jika berbentuk $y = u \pm v$, maka $y' = u' \pm v'$
3. Jika berbentuk $y = uv$, maka $y' = u'v + uv'$
4. Jika berbentuk $y = u/v$, maka $y' = (u'v - uv')/v^2$

Serta gabungan dari bentuk-bentuk tersebut

TURUNAN DARI FUNGSI-FUNGSI INVERS

Jika $y = f(x)$ kontinu dan monoton naik (atau turun) pada interval $a \leq x \leq b$, maka terdapat suatu fungsi invers $x = f^{-1}(y)$ yang kontinu juga,

Berlaku
$$\frac{dx}{dy} = \frac{1}{dy/dx}$$

CONTOH

TENTUKAN TURUNAN PERTAMA DARI :

a. $f(x) = 8$

b. $f(x) = x-2$

CONTOH

a. $f(x) = 8$

$$f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

$$= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{8 - 8}{h} = 0$$

Jadi, turunan fungsi konstan adalah nol.

CONTOH

b. $f(x) = x - 2$

$$f(x + h) = x + h - 2$$

$$\begin{aligned} f'(x) &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{x+h-2 - (x-2)}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{x+h-2-x+2}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{h}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} 1 = 1 \end{aligned}$$

RUMUS RUMUS TURUNAN

$$y = ax^n \longrightarrow y' = nax^{n-1}$$

Untuk u dan v suatu fungsi, c bilangan *real* dan n bilangan *rasional* berlaku :

1. $y = u \pm v \rightarrow y' = u' \pm v'$
2. $y = u.v \rightarrow y' = u'.v + u.v'$
3. $y = \frac{u}{v} \rightarrow y' = \frac{(u'.v) - (uv')}{v^2}$

APLIKASI RUMUS 1

$$f(x) = 3x^2 + 4$$

$$f'(x) = 6x$$

APLIKASI RUMUS 1

$$f(x) = 2x^3 + 12x^2 - 8x + 4$$

$$f'(x) = 6x^2 + 24x - 8$$

APLIKASI RUMUS 2

$$f(x) = (3x-2)(4x+1)$$

$$f'(x) = 12x^2 + 3x - 8x - 2$$

$$f'(x) = 12x^2 - 5x - 2$$

$$f'(x) = 24x - 5$$

APLIKASI RUMUS 2

$f(x) = (3x-2)(4x+1)$ juga dapat dikerjakan dengan cara :

$$u = 3x-2 ; \text{ dan } v = 4x+1$$

$$\text{maka } u' = 3 ; \text{ dan } v' = 4$$

RUMUS :

$$f'(x) = u'.v + u.v'$$

$$f'(x) = [3(4x+1)] + [(3x-2)4]$$

$$f'(x) = 12x + 3 + 12x - 8$$

$$f'(x) = 24x - 5$$



APLIKASI RUMUS 3

$$f(x) = \frac{3x+2}{4x-1}$$

$$U = 3x+2$$

$$U' = 3$$

$$V = 4x - 1$$

$$V' = 4$$

Pembahasan

Maka:

$$f'(x) = \frac{U' \cdot V - U \cdot V'}{V^2}$$

$$f'(x) = \frac{3(4x-1) - (3x+2)4}{(4x-1)^2}$$

Pembahasan

$$f'(x) = \frac{12x - 3 - 12x - 8}{16x^2 - 8x + 1}$$

$$f'(x) = \frac{-11}{16x^2 - 8x + 1}$$