DISTRIBUSI PROBABILITAS

MODUL PERKULIAHAN 10

Disusun oleh:

TIM DOSEN

Pelaksana Akademik Mata Kuliah Umum (PAMU)

Universitas Esa Unggul

Jakarta Barat

2019

DISTRIBUSI PROBABILITAS

Ikhtisar Bab

Bab ini menjabarkan beberapa kajian literatur yang digunakan untuk mengetahui nilai dan penerapan dari distribusi probabilitas. Beberapa hal yang akan dibahas berkaitan dengan teori distribusi probabilitas diskrit dan teori distribusi probabilitas Kontinu.

Topik pembahasan

A. Pendahuluan
B. Distribusi Probabilitas
C. Distribusi Probabilitas Diskrit
D. Distribusi Probabilitas Kontinu
E. Fungsi Massa Probabilitas
F. Fungsi Kepadatan Probabilitas
G. Fungsi Distribusi Kumulatif untuk Variabel Random Diskrit
H. Fungsi Distribusi Kumulatif untuk Variabel Random Kontinu

Pendahuluan

Pengantar Probabilitas

Probabilitas adalah besarnya kesempatan (kemungkinan) suatu peristiwa akan terjadi. Berdasarkan pengertian probabilitas tersebut, terdapat hal-hal yang penting yaitu besarnya kesempatan dan peristiwa akan terjadi. Besarnya kesempatan dari suatu peristiwa akan terjadi adalah antara 0 sampai dengan 1. Jika suatu peristiwa memiliki kesempatan akan terjadi 0, maka peristiwa tersebut pasti tidak akan terjadi. Jika suatu peristiwa memiliki kesempatan akan terjadi 1, maka peristiwa tersebut pasti akan terjadi. Dengan demikian dapat disimpulkan bahwa semakin kecil probabilitas suatu peristiwa (probabilitas semakin mendekati 0), semakin kecil kesempatan peristiwa tersebut akan terjadi. Sebaliknya, semakin besar probabilitas suatu peristiwa (probabilitas semakin mendekati 1), semakin besar kesempatan peristiwa tersebut akan terjadi.

Manfaat probabilitas dalam kehidupan sehari-hari adalah membantu kita dalam mengambil suatu keputusan, serta meramalkan kejadian yang mungkin terjadi. Jika kita tinjau pada saat kita melakukan penelitian, probabilitas memiliki beberapa fungsi antara lain:

1) Membantu peneliti dalam pengambilan keputusan yang lebih tepat. Pengambilan keputusan yang lebih tepat dimaksudkan tidak ada keputusan yang sudah pasti karena kehidupan mendatang tidak ada yang pasti kita ketahui dari sekarang, karena informasi yang didapat tidaklah sempurna.
2) Dengan teori probabilitas kita dapat menarik kesimpulan secara tepat atas hipotesis yang terkait tentang karakteristik populasi. Menarik kesimpulan secara tepat atas hipotesis (perkiraan sementara yang belum teruji kebenarannya) yang terkait tentang karakteristik populasi pada situasi ini kita hanya mengambil atau menarik kesimpulan dari hipotesis bukan berarti kejadian yang akan datang kita sudah ketehaui apa yang akan tertjadi.
3) Mengukur derajat ketidakpastian dari analisis sampel hasil penelitian dari suatu populasi.

Berikut ini merupakan beberapa definisi dan teorema mengenai teori probabilitas, diantaranya:

Untuk suatu percobaan dengan S sebagai ruang sampel dan $A, A_{1,} A_{1,} \ldots$ mewakili kejadian yang mungkin terjadi. Fungsi yang berhubungan dengan nilai riil P(A) dengan setiap kejadian A disebut fungsi peluang dan P(A) disebut peluang dari A jika syarat berikut terpenuhi:

$$P(A) \geq 0, \text{ untuk setiap A,}$$

$$P(S) = 1$$

$$P\left(\bigcup_{i=1}^{\infty} A_i\right) = \sum_{i=1}^{\infty} P(A_i)$$

Untuk $A_{1,} A_{1,} \ldots$ adalah kejadian saling mutually exclusive satu sama lain, sedemikian sehingga

$$P(A_1 \cup A_2 \cup A_3 \cup \ldots) = P(A_1) + P(A_2) + P(A_3) + \cdots$$

Jika suatu percobaan mempunyai N hasil percobaan yang berbeda, dan masing-masing mempunyai kemungkinan yang sama untuk terjadi, dan jika tepat n diantara hasil percobaan itu menyusun kejadian A, maka probabilitas kejadian A adalah

$$P(A) = \frac{m}{N}$$

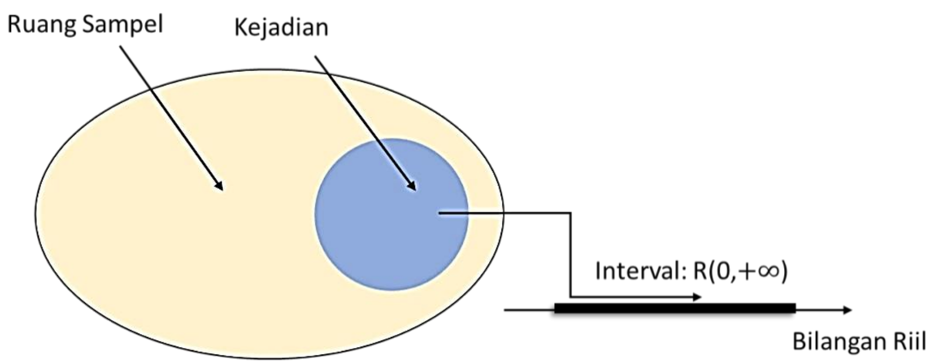
Distribusi probabilitas dapat diterapkan dalam banyak hal seperti pada kehidupan sehari-hari, kegiatan bisnis maupun pada dunia industri. Distribusi probabilitas berguna untuk menganalisis suatu kejadian dan memberikan keuntungan serta manfaat dalam pengaplikasiannya. Misalnya, pada suatu proses pelayanan di suatu *Bank* dapat menguji apakah dengan disediakan empat *teller*, nasabah akan menunggu lama atau kapasitas yang berlebih akan membuat boros tempat. Permasalahan ini dapat diselesaikan dengan distribusi probabilitas yang akan membantu Bank dalam membuat keputusan dalam menyediakan *teller*.

Distribusi probabilitas merupakan suatu daftar atau kumpulan dari probabilitas-probabilitas peristiwa yang mungkin terjadi. Distribusi peluang yang demikian saling berhubungan dengan semua nilai-nilai yang mungkin terjadi dan berasal dari variabel random. Variabel random adalah variabel yang nilainya merupakan suatu bilangan yang ditentukan oleh terjadinya suatu percobaaan. Fungsi distribusi probabilitas umumnya dibedakan menjadi distribusi probabilitas diskrit dan Kontinu. Di dalam distribusi probabilitas diskrit dan Kontinu terdapat beberapa macam distribusi.

Variabel Random

Variabel random adalah penggambaran hasil-hasil percobaan sebagai nilai-nilai numerik secara sederhana, sehingga variabel random dapat didefinisikan sebagai deskripsi numerik dari hasil percobaan. Variabel random dapat berarti juga variabel numerik yang nilai spesifiknya tidak dapat diprediksi dengan pasti sebelum dilakukan eksperimen.

Karena nilai variabel random sangat tergantung pada hasil eksperimen, sehingga kadang disebut juga dengan variabel terikat (dependence variabel). Nilai variabel random berhubungan dengan kejadian yang didefinisikan sebagai ruang sampel, tetapi kejadian yang berbeda kemungkinan akan menghasilkan variabel random yang sama. Contohnya: data tahan beton, kecepatan angin dan sebagainya.

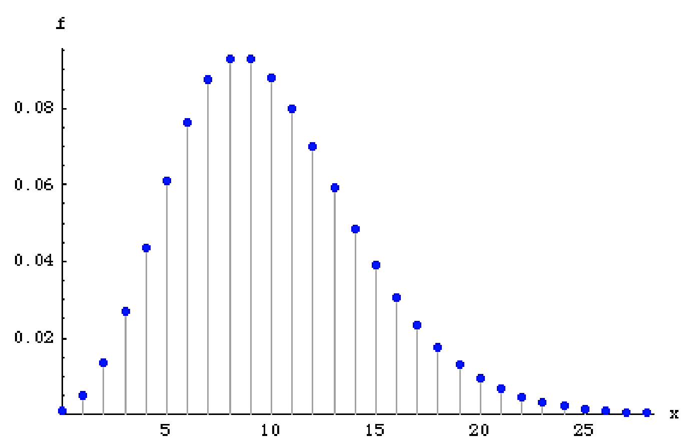


Gambar diatas menyatakan variabel random sebagai fungsi yang memetakan setiap anggota dari ruang sampel (*S)* ke bilangan riil. Anggota dari ruang sampel (S) disebut dengan elemen (*e)* dan fungsi yang memetakan anggota *e* ke bilangan riil (*x)* dinotasikan dengan *X*. Hasil dari pemetaannya berupa bilangan riil (*x)* untuk setiap anggota ruang sampel (S) yang dinotasikan dengan $x=X(e)$.

Variabel random dibedakan menjadi dua yaitu variabel random diskrit dan variabel random kontinu. Berikut definisi mengenai kedua jenis variabel random tersebut:

Variabel Random Diskrit

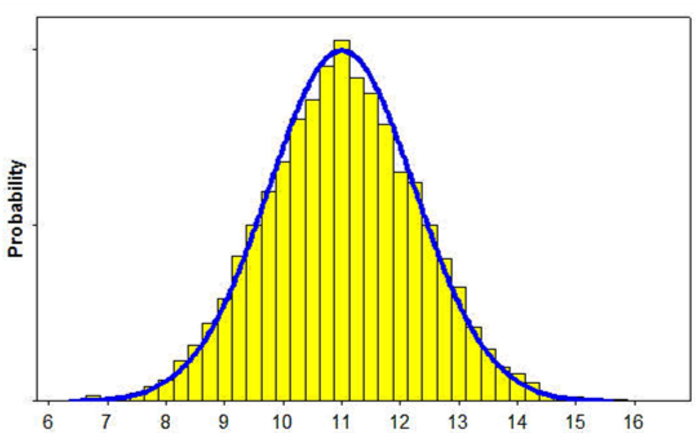
Variabel acak diskrit adalah variabel acak yang tidak mengambil seluruh nilai yang ada dalam sebuah interval atau variabel yang hanya memiliki nilai tertentu. Nilainya merupakan bilangan bulat dan asli, tidak berbentuk pecahan. Variabel acak diskrit jika digambarkan pada sebuah garis interval akan berupa sederetan titik-titik yang terpisah. Berdasarkan karakteristiknya, variabel random diskrit adalah variabel random yang dapat dihitung (*countabel*).



Contoh dari variabel acak diskrit adalah banyaknya pemunculan sisi muka atau angka dalam eksperimen pelemparan sebuah koin logam dan jumlah anak dalam sebuah keluarga dalam eksperimen pendataan kependudukan.

Variabel Random Kontinu

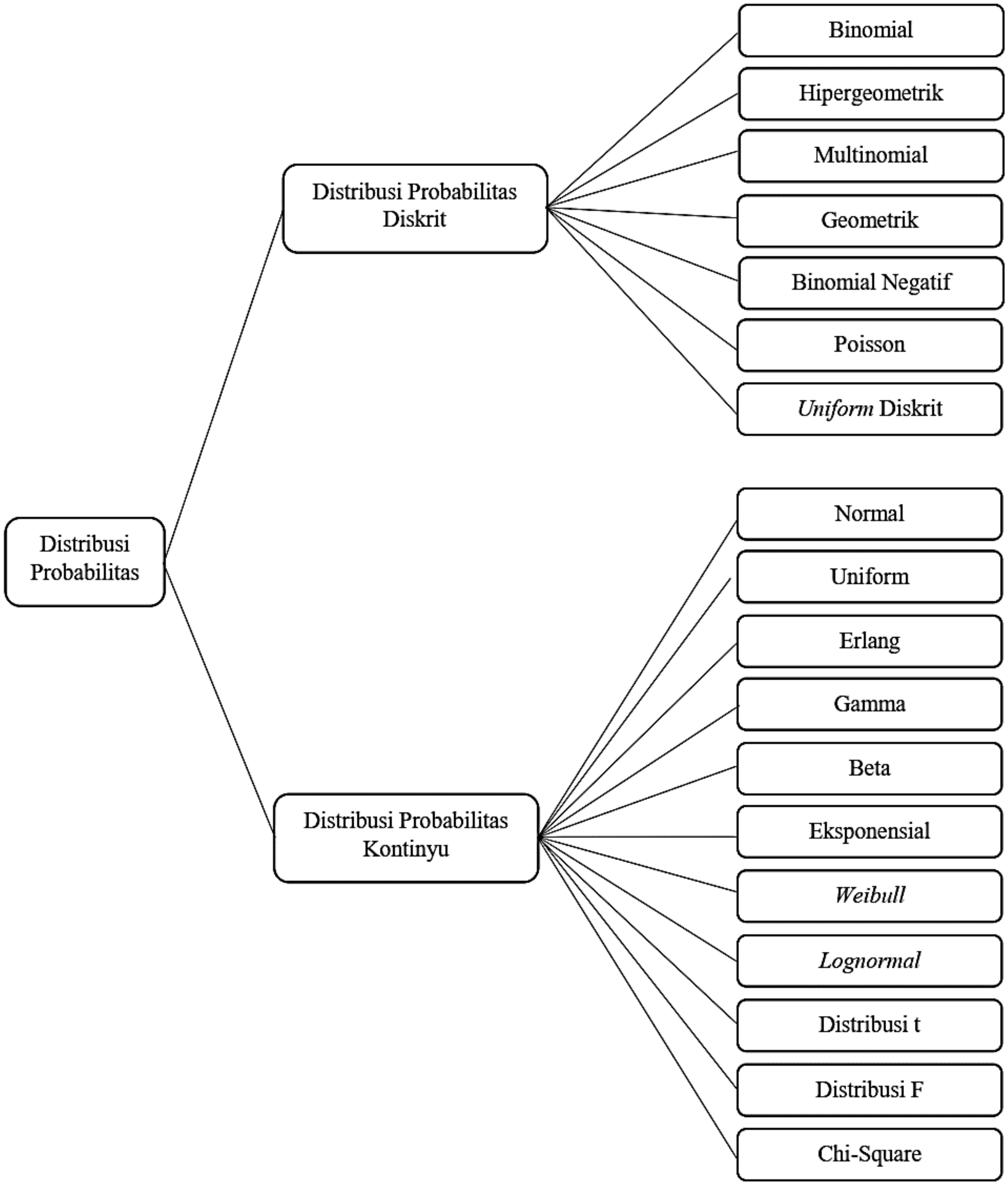
Variabel random kontinu adalah variabel random yang mengambil seluruh nilai yang ada dalam sebuah interval atau variabel yang dapat memiliki nilai-nilai pada suatu interval tertentu. Nilai dari variabel random ini dapat merupakan bilangan bulat maupun pecahan. Variabel acak kontinu jika digambarkan ada sebuah garis interval, akan berupa sederatan titik yang bersambung membentuk suatu garis lurus. Variabel random kontinu dapat diperoleh dari hasil pengukuran.



Contoh dari variabel acak kontinu adalah usia penduduk suatu daerah dan hasil pengukuran ketinggian gunung-gunung di suatu daerah.

Distribusi Probabilitas

Variabel random merupakan parameter penting dalam sebuah distribusi probabilitas. Variabel random adalah variabel yang nilainya ditentukan dari sebuah hasil percobaan. Variabel random dinyatakan dengan huruf besar, misalnya X, sedangkan nilainya dinyatakan dengan huruf kecil misalnya x. Sebagai contoh, pada pelemparan dua koin, huruf Y menyatakan jumlah gambar yang muncul maka nilainya adalah y = 0, 1 dan 2. Dari setiap nilai variabel random yang memungkinkan akan memiliki probabilitas masing-masing yang disebut distribusi probabilitas.



Bagan 1 Klasifikasi Distribusi Probabilitas

Distribusi Probabilitas Diskrit

Distribusi probabilitas diskrit adalah suatu daftar atau distribusi di mana variabel randomnya mengasumsikan masing-masing nilainya dengan probabilitas tertentu. Variabel diskrit memiliki jumlah nilai kemungkinan yang terbatas atau jumlah yang tak terhingga dari nilai-nilai yang dapat dihitung. Kata “dihitung” berarti bahwa variabel random tersebut dapat dicacah dengah menggunakan angka 1, 2, 3, dst. Misalnya, jumlah panggilan telepon yang diterima setelah siaran TV mengudara adalah contoh variabel diskrit, karena bisa dihitung.

Berikut adalah rangkuman dari penjelasan untuk setiap distribusi probabilitas diskrit:

NO	JENIS	PENGERTIAN	CONTOH
1	Distribusi Binomial	Sebuah eksperimen binomial terdiri dari percobaan yang berulang, dengan masing-masing kemungkinan *outcome* dikategorikan sukses atau gagal	Probabilitas ditemukannya polutan organik oleh BPOM dari beberapa sampel produk air mineral dalam kemasan
2	Distribusi Hipergeometrik	Distribusi probabilitas variabel random hipergeometrik x, yaitu banyaknya sukses dalam ampel random berukuran n yang diambil dari populasi N (di mana di dalam N terkandung k sukses dan N-k gagal). Distribusi hipergeometrik didasarkan atas sampling yang dilakukan tanpa pengembalian.	Pengujian kualitas permukaan kaleng minuman dengan pengambilan random tanpa pengembalian sampai produk dinyatakan dalam keadaan baik atau rusak.
3	Distribusi Multinomial	Eksperimen binomial menjadi eksperimen multinomial jika pada masing-masing percobaan mempunyai lebih dari dua hasil kemungkinan *outcome*, di mana masing-masing percobaan identik dan independen.	Tim *Reseacrh and Development* dari sebuah perusahaan mengadakan kuesioner untuk mengukur tingkat kepuasan pelanggan terhadap produk dari perusahaan tersebut. Peluang jawaban kuesioner terdiri dari sangat puas, puas, cukup puas, dan kurang puas.
4	Distribusi Geometrik	Bila usaha yang saling bebas dan dilakukan berulang kali menghasilkan sukses dengan peluang p, gagal dengan peluang q = 1 – p. Maka distribusi peluang variabel random x, yaitu banyaknya usaha sampai terjadinya sukses pertama.	Peluang banyak sumur yang dibor sampai sumur yang dibor dapat mengeluarkan minyak.
5	Distribusi Binomial Negatif (Pascal)	Banyaknya x percobaan yang dibutuhkan untuk menghasilkan k sukses disebut variabel random binomial negatif, dan distribusinya disebut distribusi binomial negatif. Distribusi pascal digunakan untuk mengetahui bahwa	Probabilitas jumlah inspeksi yang dilakukan pada 20 *part of product* sampai ditemukan 3 part yang harus di *rework*.

NO	JENIS	PENGERTIAN	CONTOH
		sukses ke-k terjadi pada usaha ke-x.	
6	Distribusi Poisson	Distribusi poisson adalah distribusi yang menghasilkan nilai numerik dari variabel random x pada selang waktu yang tertentu atau daerah tertentu.	Jumlah telepon masuk yang diterima dalam waktu satu jam di suatu kantor atau banyaknya kesalahan pengetikan per halaman oleh seorang sekretaris baru.
7	Distribusi *Uniform* Diskrit	Variabel random x berdistribusi diskrit *uniform* jika setiap n berada pada *range*, misal $x_1, x_2, ..., x_n$ di mana probabilitas sama.	Mata dadu dari sebuah dadu terdiri dari angka 1 - 6. Jika dadu dilempar sekali dan x adalah mata dadu pertama yang muncul, x adalah distribusi *uniform* dengan probabilitas 1/6 untuk tiap nilai R = {1, 2, ..., 6}.

NO	VARIABEL	PERSAMAAN
1	x = banyaknya peristiwa sukses p = probabilitas peristiwa sukses n = banyaknya percobaan q = 1 – p = probabilitas peristiwa gagal	Fungsi massa probabilitas: $p(x) = \left\{\binom{n}{x} p^x q^{n-x}, \quad x = 0, 1, 2, \dots, n\right.$ Fungsi distribusi kumulatif: $f(x) = \begin{cases} 0, & x < 0 \\ \sum_{i=0}^{x} p(i), & x \geq 0 \end{cases}$
2	N = total populasi atau sampel n = jumlah percobaan atau jumlah sampel yang dipilih k = jumlah kejadian sukses dalam n	Fungsi massa probabilitas: $p(x) = \begin{cases} \frac{\binom{k}{x}\binom{N-k}{n-x}}{\binom{N}{n}}, & x = 0,1, \dots, \min(n, D) \\ 0, & other \end{cases}$ Fungsi distribusi kumulatif: $f(x) = \begin{cases} 0, & x < 0 \\ \sum_{i=0}^{x} p(i), & x \geq 0 \end{cases}$
3	x = banyaknya peristiwa sukses n = banyaknya percobaan p = probabilitas peristiwa sukses q = 1 – p = probabilitas peristiwa	Fungsi distribusi kumulatif: $f(x_1, x_2, \dots, x_k; p_1, p_2, \dots, p_k, n)$ $= \binom{n}{x_1, x_2, \dots, x_k} p_1^{x_1} p_2^{x_2} \dots p_k^{x_k}$

NO	VARIABEL	PERSAMAAN
	gagal	
4	p = probabilitas peristiwa sukses q = 1 – p = probabilitas peristiwa gagal x = jumlah *trial*/percobaan sampai terjadinya sukses pertama	Fungsi massa probabilitas: $p(x) = \begin{cases} p(1-p)^{x-1}, & x = 1, 2, \ldots, \infty \\ 0, & other \end{cases}$ Fungsi distribusi kumulatif: $f(x) = \begin{cases} 0, & x < 1 \\ 1-(1-p)^{x}, & x \geq 1 \end{cases}$
5	p = peluang sukses q = 1 – p = peluang gagal x = jumlah percobaan yang diperlukan untuk memperoleh keluaran	Fungsi massa probabilitas: $p(x) = \begin{cases} \binom{x-1}{r-1} p^{r}(1-p)^{x-r}, & x = r, r+1, \ldots, \infty \\ x, & x \geq 0 \end{cases}$ Fungsi distribusi kumulatif: $f(x) = \begin{cases} 0, & x < 0 \\ \sum_{i=0}^{x} p(i), & x \geq 0 \end{cases}$
6	λ = rata-rata jumlah kejadian dalam setiap unit ukuran e = 2,71828	Fungsi massa probabilitas: $p(x) = \begin{cases} \left(\frac{e^{-\lambda}\lambda^{x}}{x!}\right), & x = 0, 1, 2, \ldots, \infty \\ 0, & other \end{cases}$ Fungsi distribusi kumulatif: $f(x) = \begin{cases} 0, & x < 0 \\ \sum_{i=0}^{x} p(i), & x \geq 0 \end{cases}$
7	n = jumlah sampel	Fungsi massa probabilitas: $p(x) = \begin{cases} \frac{1}{(b-a)+1}, & x = a, a+1, \ldots, b \\ 0, & other \end{cases}$ Fungsi distribusi kumulatif: $f(x) = \begin{cases} 0, & x < a \\ \frac{(x-a)+1}{(b-a)+1}, & a \leq x < b \\ 1, & x \geq b \end{cases}$

Distribusi Binomial

Distribusi Binomial adalah suatu distribusi probabilitas yang dapat digunakan bilamana suatu proses sampling dapat diasumsikan sesuai dengan proses Bernoulli. Misalnya, dalam perlemparan sekeping uang logam sebanyak 5 kali, hasil setiap ulangan mungkin muncul sisi gambar atau sisi angka. Begitu pula, bila kartu diambil berturut-turut, kita dapat memberi label "berhasil" bila kartu yang terambil adalah kartu merah atau "gagal" bila yang terambil adalah kartu hitam. Ulangan-ulangan tersebut bersifat bebas dan peluang keberhasilan setiap ulangan tetap sama, yaitu sebesar ½.

Syarat Distribusi Binomial:

1) Jumlah percobaan merupakan bilangan bulat. Contoh melambungkan koin 2 kali, tidak mungkin 2½ kali.
2) Setiap eksperimen mempunyai dua outcome (hasil). Contoh: sukses atau gagal, laki-laki atau perempuan, sehat atau sakit.
3) Peluang sukses sama setiap ekperimen. Contoh: Jika pada lambungan pertama peluang keluar mata H/sukses adalah ½, pada lambungan seterusnya juga ½. Jika sebuah dadu, yang diharapkan adalah keluar mata lima, maka dikatakan peluang sukses adalah 1/6, sedangkan peluang gagal adalah 5/6. Untuk itu peluang sukses dilambangkan p, sedangkan peluang gagal adalah (1-p) atau biasa juga dilambangkan q, di mana q = 1-p.

Distribusi Binomial dapat diterapkan pada peristiwa yang memiliki ciri-ciri percobaan Binomial sebagai berikut:

1) Setiap percobaan hanya mempunyai 2 (dua) kemungkinan hasil: sukses (hasil yang dikehendaki) dan gagal (hasil yang tidak dikehendaki).
2) Setiap percobaan bersifat independen (dengan pengembalian).
3) Probabilitas sukses setiap percobaan harus sama, dinyatakan dengan p. Sedangkan probabilitas gagal dinyatakan dengan q, dan jumlah p dan q harus sama dengan satu.
4) Jumlah percobaan, dinyatakan dengan n, harus tertentu jumlahnya.

Rumus Distribusi Binomial

$$b(x;n;p) = C_x^n \mathrm{p}^x \mathrm{q}^{n-x} = \frac{n!}{x!\,(n-x)!} \mathrm{p}^x \mathrm{q}^{n-x}$$

Keterangan:

x = 0,1,2, 3…, n

n = banyaknya ulangan

x = banyaknya keberhasilan dalam variabel random x

p = peluang berhasil dalam setiap ulangan

q = peluang gagal, dimana q = 1-p dalam setiap ulangan

Contoh Soal

Berdasarkan data biro perjalanan PT UEU, yang khusus menangani perjalanan wisata turis manca negara, 20% dari turis menyatakan sangat puas berkunjung ke Indonesia, 40% menyatakan puas, 25% menyatakan biasa saja dan sisanya menyatakan kurang puas. Apabila kita bertemu dengan 5 orang dari peserta wisata turis manca negara yang pernah berkunjung ke Indonesia, berapakah probabilitas:

a) Paling banyak 2 di antaranya menyatakan sangat puas.
b) Paling sedikit 1 di antaranya menyatakan kurang puas
c) Tepat 2 diantaranya menyatakan biasa saja
d) Ada 2 sampai 4 yang menyatakan puas.

Jawab:

Diketahui n = 5;

Ditanyatakan:

a) Paling banyak 2 di antaranya menyatakan sangat puas (p(x) ≤ 2). p=0,20;

$$b(0;5;0.20) = C_0^5 0.20^0 0.80^{5-0} = \frac{5!}{0!\,(5-0)!} 0.20^0 0.80^{5-0}$$

$$= 0.32768$$

$$b(1;5;0.20) = C_1^5 0.20^1 0.80^{5-1} = \frac{5!}{1!\,(5-1)!} 0.20^1 0.80^{5-1}$$

$$= 0.40960$$

$$b(2;5;0.20) = C_2^5 0.20^2 0.80^{5-2} = \frac{5!}{2!\,(5-2)!} 0.20^2 0.80^{5-2}$$

$$= 0.20480$$

$$b(x;n;p) \quad = b(0;5;0.20) + b(1;5;0.20) + b(2;5;0.20)$$

$$= 0.32768 \; + \; 0.40960 \; + \; 0.20480$$

$$= 0.94208$$

Maka hasil p(x) ≤ 2 = 0.94208

b) Paling sedikit 1 diantaranya menyatakan kurang puas (p(x) ≥ 1). p=0,15;

$$b(1;5;0.15) = C_1^5 0.15^1 0.80^{5-1} = \frac{5!}{1!\,(5-1)!} 0.15^1 0.80^{5-1}$$

$$= 0.3915$$

$$b(2;5;0.15) = C_2^5 0.15^2 0.80^{5-2} = \frac{5!}{2!\,(5-2)!} 0.15^2 0.80^{5-2}$$

$$= 0.1382$$

$$b(3;5;0.15) = C_3^5 0.15^3 0.80^{5-3} = \frac{5!}{3!\,(5-3)!} 0.15^3 0.80^{5-3}$$

$$= 0.0244$$

$$b(4;5;0.15) = C_4^5 0.15^4 0.80^{5-4} = \frac{5!}{4!\,(5-4)!} 0.15^4 0.80^{5-4}$$

$$= 0.002$$

$$b(5;5;0.15) = C_5^5 0.15^5 0.80^{5-5} = \frac{5!}{5!\,(5-5)!} 0.15^5 0.80^{5-5}$$

$$= 0.0001$$

jadi: p(x) ≥ 1

$$= b(1;5;0.15) + b(2;5;0.15) + b(3;5;0.15) + b(4;5;0.15) + b(5;5;0.15)$$

$$= 0{,}3915 \; + \; 0{,}1382 \; + \; 0{,}0244 \; + \; 0{,}002 \; + 0{,}0001$$

$$= 0.5562$$

Atau

b (x ≥1; 5, 0,15) = 1 – b (x = 0)

$$= 1 - C_0^5 0.15^0 0.85^{5-0} = \frac{5!}{0!\,(5-0)!} 0.15^5 0.85^{5-0}$$
$$= 1 - 0.4437$$
$$= 0.5563$$

c) Tepat 2 diantaranya menyatakan biasa saja (p(x)=2). p=0,25

$$b(2; 5; 0.25) = C_2^5 0.25^2 0.75^{5-2} = \frac{5!}{2!\,(5-2)!} 0.25^5 0.75^{5-2}$$

$$= 0.2637$$

d) Ada 2 sampai 4 yang menyatakan puas (x ≤ 2 x ≤ 4). P=0,40;

$$b(2; 5; 0.40) = C_2^5 0.25^2 0.40^{5-2} = \frac{5!}{2!\,(5-2)!} 0.25^5 0.40^{5-2}$$

$$= 0.3456$$

$$b(3; 5; 0.40) = C_3^5 0.25^3 0.40^{5-3} = \frac{5!}{3!\,(5-3)!} 0.25^5 0.40^{5-3}$$

$$= 0.2304$$

$$b(4; 5; 0.40) = C_4^5 0.25^4 0.40^{5-4} = \frac{5!}{4!\,(5-4)!} 0.25^5 0.40^{5-4}$$

$$= 0.0768$$

Jadi (x ≤ 2 x ≤ 4) = b (2; 5;0.40) + b (3; 5, 0.40) + b (4; 5, 0.40) = 0.3456 + 0.2304 + 0.0768 = 0.6528.

Analisis masing – masing point:

a. Sebanyak paling banyak 2 dari 5 orang dengan jumlah 0.94208 atau 94,28% yang menyatakan sangat puas adalah sangat besar.

b) Paling sedikit 1 dari 5 orang (berarti semuanya) dengan jumlah 0,5563 atau 55,63% yang menyatakan kurang puas dapat dikatakan cukup besar (karena lebih dari 50%).

c) Tepat 2 dari 5 orang yang menyatakan biasa saja dengan jumlah 0,2637 atau 26,37% adalah kecil (karena dibawah 50%).

d) Ada 2 sampai 4 yang menyatakan puas dengan jumlah 0,6528% atau 65,28% dapat dikatakan cukup besar.

Analisis keseluruhan:

a) Persentase

Jika diambil persentase terbesar tanpa memperhatikan jumlah X, maka persentase terbesar ada di point pertama (a) yaitu 94,28% yang menyatakan sangat puas. Hal tersebut menandakan banyak turis manca negara yang sangat menyukai Indonesia.

b) Nilai x

Jika dilihat dari jumlah x, maka perlu diperhatikan point kedua (b). Jumlah x adalah paling sedikit 1 dari 5 orang (berarti x>=1) yaitu 55,63% yang menyatakan kurang puas. Hal tersebut berarti kelima (semua) turis manca negara kurang puas terhadap kunjungannya ke Indonesia.

Contoh 2

Seorang kepala produksi mengatakan bahwa terdapat 20% produk rusak. Jika ternyata produk telah didistribusikan ke retailer, dan ternyata telah dibeli oleh consumer sebanyak 8 unit. Hitunglah:

a. Hitung semua probabilitas untuk menghitung barang yang tidak rusak (X)
b. Butlah probabilitas kumulatif
c. Berapa probabilitasnya dari 8-unit yang telah terbeli consumer terdapat 5 barang yang rusak.

Jawab:

a. $p_r(3) = P(X=3) \quad = \frac{8!}{3!(8-3)!}(0,8)^3(0,2)^5$

$= 56\ (0,8)^3(0,2)^5$

$= 0,009175$

$$(probabilitas\ untuk\ memperoleh\ 3\ produk\ tidak\ rusak)$$

b. Berikut tabel distribusi probabilitas binomial dan kumulatifnya (p=0,8; n=8)

x	n-x	$p_r(x)$	F(x) = P(X≤x)
0	8	0,0000	0,0000
1	7	0,0001	0,0001
2	6	0,0011	0,0012
3	5	0,0092	0,0104
4	4	0,0459	0,0563
5	3	0,1468	0,2031
6	2	0,2936	0,4967
7	1	0,3355	0,8322
8	0	0,1678	1,0000

c. Diketahui = n-x = 5; X = 3
P(X=3) = $p_r(3) = 0{,}009175 \approx 0{,}0092$

Distribusi Poisson

Distribusi poisson disebut juga distribusi peristiwa yang jarang terjadi, ditemukan oleh S.D. Poisson (1781–1841), seorang ahli matematika berkebangsaan Perancis. Distribusi Poisson termasuk distribusi teoritis yang memakai variabel random diskrit. Distribusi poisson adalah distribusi peluang random poisson X, yang menyatakan banyaknya sukses yang terjadi dalam suatu selang waktu atu daerah tertentu.

Distribusi poisson adalah pengembangan dari distribusi binomial yang mampu mengkakulasikan distribusi probabilitas dengan kemungkinan sukses (p) sangat kecil dan jumlah eksperimen (n) sangat besar (misal 100 atau lebih). Karena distribusi poisson biasanya melibatkan jumlah n yang besar, dengan p kecil, distribusi ini biasanya digunakan untuk menghitung nilai probabilitas suatu kejadian dalam suatu selang waktu dan daerah tertentu. Contoh: Banyaknya bakteri dalam air yang bersih, Banyaknya presiden yang meninggal karena kecelakaan lalulintas, Banyaknya dering telepon dalam satu jam di suatu kantor.

Distribusi Poisson memiliki ciri-ciri sebagai berikut:

- Banyaknya hasil percobaan yang terjadi dalam suatu interval waktu atau suatu daerah tertentu tidak tergantung pada banyaknya hasil percobaan yang terjadi pada interval waktu atau daerah lain yang terpisah.

- Probabilitas terjadinya hasil percobaan selama suatu interval waktu yang singkat atau dalam suatu daerah yang kecil, sebanding dengan panjang interval waktu atau besarnya daerah tersebut dan tidak bergantung pada banyaknya hasil percobaan yang terjadi di luar interval waktu atau daerah tersebut.

Distribusi poisson banyak digunakan dalam hal berikut:

- Menghitung probabilitas terjadinya peristiwa menurut satuan waktu, ruang atau isi, luas, panjang tertentu, seperti menghitung probabilitas dari:
  - Banyaknya penggunaan telepon per menit atau banyaknya mobil yang lewat selama 5 menit di suatu ruas jalan.
  - Banyaknya bakteri dalam satu tetes atau 1-liter air,
  - Banyaknya kesalahan ketik per halaman sebuah buku
  - Banyaknya kecelakaan mobil di jalan tol selama minggu pertama bulan Oktober.

Rumus untuk menyelesaikan distribusi Poisson adalah sebagai berikut:

$$P(X = x) = \frac{\lambda^x e^{-\lambda}}{x!}$$

Dimana λ = rata-rata distribusi (Lambda)

X = 0, 1, 2, 3, … (menuju tak hingga)

e = konstanta 2,71828

Contoh:

Seorang yang akan menjual mobil mewahnya memasang iklan pada suatu surat kabar yang dapat mencapai 100.000 pembaca. Dengan anggapan nilai probabilitas bahwa seorang yang membaca iklan tersebut berminat akan membeli mobilnya sebesar p = 1/50.000. Jika dari 100.000 pembaca ada dua orang yang berminat membeli mobil tersebut (p = 0,00002) dan X = banyaknya pembaca yang berminat pada mobil tersebut, berapakah P(X = 0), P(X = 1), P(X = 2), P(X = 3), P(X = 4), ,,,,?

Persoalan ini sebetulnya dapat dipecahkan dengan menggunakan fungsi Binomial, karena persoalannya hanya mencari probabilitas x “sukses” dari n = 100.000 eksperimen dimana probabilitas sukses p = 1/50.000. Akan tetapi karena n besar (n>30) fungsi Poisson dapat digunakan sebagai suatu pendekatan yang lebih sederhana.

Apabila = rata-rata distribusi = E(X) = np = $\frac{100000}{50000} = 2$

(secara rata-rata dapat diharapkan 2 (dua) orang pembaca yang menanyakan keadaan mobil), Perhitungan ini dapat juga dilihat pada tabel Poisson, dimana x = 0, 1, 2, …, 9. Misalnya kita ingin melihat distribusi probabilitas bahwa 5 orang pembaca berminat pada mobil tersebut P(5) dengan atau rata-rata distribusi = 2, perhatikan potongan tabel Poisson berikut:

x	1,0	2,0	3,0	4,0	5,0	6,0
0	0,3679	0,1353	0,0498	0,0183	0,0067	0,0025
1	0,3679	0,2707	0,1494	0,0733	0,0337	0,0149
2	0,1839	0,2707	0,2240	0,1465	0,0842	0,0446
3	0,0613	0,1804	0,2240	0,1954	0,1404	0,0892
4	0,0153	0,0902	0,1680	0,1954	0,1755	0,1339
5	0,0031	0,0361	0,1008	0,1563	0,1755	0,1606
6	0,0005	0,0120	0,0504	0,1042	0,1462	0,1606

Perhatikan kolom 2, dengan = 2,0, telusuri ke bawah sampai ke baris x = 5. Disana kita akan menemukan angka 0,0361. Artinya probabilitas 5 orang berminat dari 100.000 pembaca adalah 0,0361, probabilitas 6 orang berminat adalah 0,0120, dan seterusnya.

LAMPIRAN

TABEL DISTRIBUSI BINOMIAL KUMULATIF

$$P(X \leq x) = \sum_{r=0}^{x} C_r^n p^r (1-p)^{n-r}$$

$p=$		0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09	0.1	0.15	0.2	0.25	0.3	0.35	0.4	0.45	0.5
$n=2$	$x=0$	0.9801	0.9604	0.9409	0.9216	0.9025	0.8836	0.8649	0.8464	0.8281	0.8100	0.7225	0.6400	0.5625	0.4900	0.4225	0.3600	0.3025	0.2500
	1	0.9999	0.9996	0.9991	0.9984	0.9975	0.9964	0.9951	0.9936	0.9919	0.9900	0.9775	0.9600	0.9375	0.9100	0.8775	0.8400	0.7975	0.7500
	2	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
$n=3$	$x=0$	0.9703	0.9412	0.9127	0.8847	0.8574	0.8306	0.8044	0.7787	0.7536	0.7290	0.6141	0.5120	0.4219	0.3430	0.2746	0.2160	0.1664	0.1250
	1	0.9997	0.9988	0.9974	0.9953	0.9928	0.9896	0.9860	0.9818	0.9772	0.9720	0.9393	0.8960	0.8438	0.7840	0.7183	0.6480	0.5748	0.5000
	2	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9999	0.9998	0.9997	0.9995	0.9993	0.9990	0.9966	0.9920	0.9844	0.9730	0.9571	0.9360	0.9089	0.8750
	3	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
$n=4$	$x=0$	0.9606	0.9224	0.8853	0.8493	0.8145	0.7807	0.7481	0.7164	0.6857	0.6561	0.5220	0.4096	0.3164	0.2401	0.1785	0.1296	0.0915	0.0625
	1	0.9994	0.9977	0.9948	0.9909	0.9860	0.9801	0.9733	0.9656	0.9570	0.9477	0.8905	0.8192	0.7383	0.6517	0.5630	0.4752	0.3910	0.3125
	2	1.0000	1.0000	0.9999	0.9998	0.9995	0.9992	0.9987	0.9981	0.9973	0.9963	0.9880	0.9728	0.9492	0.9163	0.8735	0.8208	0.7585	0.6875
	3	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9999	0.9995	0.9984	0.9961	0.9919	0.9850	0.9744	0.9590	0.9375
	4	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
$n=5$	$x=0$	0.9510	0.9039	0.8587	0.8154	0.7738	0.7339	0.6957	0.6591	0.6240	0.5905	0.4437	0.3277	0.2373	0.1681	0.1160	0.0778	0.0503	0.0313
	1	0.9990	0.9962	0.9915	0.9852	0.9774	0.9681	0.9575	0.9456	0.9326	0.9185	0.8352	0.7373	0.6328	0.5282	0.4284	0.3370	0.2562	0.1875
	2	1.0000	0.9999	0.9997	0.9994	0.9988	0.9980	0.9969	0.9955	0.9937	0.9914	0.9734	0.9421	0.8965	0.8369	0.7648	0.6826	0.5931	0.5000
	3	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9999	0.9998	0.9997	0.9995	0.9978	0.9933	0.9844	0.9692	0.9460	0.9130	0.8688	0.8125
	4	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9997	0.9990	0.9976	0.9947	0.9898	0.9815	0.9688
	5	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
$n=6$	$x=0$	0.9415	0.8858	0.8330	0.7828	0.7351	0.6899	0.6470	0.6064	0.5679	0.5314	0.3771	0.2621	0.1780	0.1176	0.0754	0.0467	0.0277	0.0156
	1	0.9985	0.9943	0.9875	0.9784	0.9672	0.9541	0.9392	0.9227	0.9048	0.8857	0.7765	0.6554	0.5339	0.4202	0.3191	0.2333	0.1636	0.1094
	2	1.0000	0.9998	0.9995	0.9988	0.9978	0.9962	0.9942	0.9915	0.9882	0.9842	0.9527	0.9011	0.8306	0.7443	0.6471	0.5443	0.4415	0.3438
	3	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9998	0.9997	0.9995	0.9992	0.9987	0.9941	0.9830	0.9624	0.9295	0.8826	0.8208	0.7447	0.6563
	4	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9996	0.9984	0.9954	0.9891	0.9777	0.9590	0.9308	0.8906
	5	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9998	0.9993	0.9982	0.9959	0.9917	0.9844
	6	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000

$p=$		0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09	0.1	0.15	0.2	0.25	0.3	0.35	0.4	0.45	0.5
$n=7$	$x=0$	0.9321	0.8681	0.8080	0.7514	0.6983	0.6485	0.6017	0.5578	0.5168	0.4783	0.3206	0.2097	0.1335	0.0824	0.0490	0.0280	0.0152	0.0078
	1	0.9980	0.9921	0.9829	0.9706	0.9556	0.9382	0.9187	0.8974	0.8745	0.8503	0.7166	0.5767	0.4449	0.3294	0.2338	0.1586	0.1024	0.0625
	2	1.0000	0.9997	0.9991	0.9980	0.9962	0.9937	0.9903	0.9860	0.9807	0.9743	0.9262	0.8520	0.7564	0.6471	0.5323	0.4199	0.3164	0.2266
	3	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9998	0.9996	0.9993	0.9988	0.9982	0.9973	0.9879	0.9667	0.9294	0.8740	0.8002	0.7102	0.6083	0.5000
	4	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9999	0.9998	0.9988	0.9953	0.9871	0.9712	0.9444	0.9037	0.8471	0.7734
	5	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9996	0.9987	0.9962	0.9910	0.9812	0.9643	0.9375
	6	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9998	0.9994	0.9984	0.9963	0.9922
	7	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
$n=8$	$x=0$	0.9227	0.8508	0.7837	0.7214	0.6634	0.6096	0.5596	0.5132	0.4703	0.4305	0.2725	0.1678	0.1001	0.0576	0.0319	0.0168	0.0084	0.0039
	1	0.9973	0.9897	0.9777	0.9619	0.9428	0.9208	0.8965	0.8702	0.8423	0.8131	0.6572	0.5033	0.3671	0.2553	0.1691	0.1064	0.0632	0.0352
	2	0.9999	0.9996	0.9987	0.9969	0.9942	0.9904	0.9853	0.9789	0.9711	0.9619	0.8948	0.7969	0.6785	0.5518	0.4278	0.3154	0.2201	0.1445
	3	1.0000	1.0000	0.9999	0.9998	0.9996	0.9993	0.9987	0.9978	0.9966	0.9950	0.9786	0.9437	0.8862	0.8059	0.7064	0.5941	0.4770	0.3633
	4	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9999	0.9997	0.9996	0.9971	0.9896	0.9727	0.9420	0.8939	0.8263	0.7396	0.6367
	5	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9998	0.9988	0.9958	0.9887	0.9747	0.9502	0.9115	0.8555
	6	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9996	0.9987	0.9964	0.9915	0.9819	0.9648
	7	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9998	0.9993	0.9983	0.9961
	8	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
$n=9$	$x=0$	0.9135	0.8337	0.7602	0.6925	0.6302	0.5730	0.5204	0.4722	0.4279	0.3874	0.2316	0.1342	0.0751	0.0404	0.0207	0.0101	0.0046	0.0020
	1	0.9966	0.9869	0.9718	0.9522	0.9288	0.9022	0.8729	0.8417	0.8088	0.7748	0.5995	0.4362	0.3003	0.1960	0.1211	0.0705	0.0385	0.0195
	2	0.9999	0.9994	0.9980	0.9955	0.9916	0.9862	0.9791	0.9702	0.9595	0.9470	0.8591	0.7382	0.6007	0.4628	0.3373	0.2318	0.1495	0.0898
	3	1.0000	1.0000	0.9999	0.9997	0.9994	0.9987	0.9977	0.9963	0.9943	0.9917	0.9661	0.9144	0.8343	0.7297	0.6089	0.4826	0.3614	0.2539
	4	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9998	0.9997	0.9995	0.9991	0.9944	0.9804	0.9511	0.9012	0.8283	0.7334	0.6214	0.5000
	5	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9994	0.9969	0.9900	0.9747	0.9464	0.9006	0.8342	0.7461
	6	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9997	0.9987	0.9957	0.9888	0.9750	0.9502	0.9102
	7	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9996	0.9986	0.9962	0.9909	0.9805
	8	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9997	0.9992	0.9980
	9	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
$n=10$	$x=0$	0.9044	0.8171	0.7374	0.6648	0.5987	0.5386	0.4840	0.4344	0.3894	0.3487	0.1969	0.1074	0.0563	0.0282	0.0135	0.0060	0.0025	0.0010
	1	0.9957	0.9838	0.9655	0.9418	0.9139	0.8824	0.8483	0.8121	0.7746	0.7361	0.5443	0.3758	0.2440	0.1493	0.0860	0.0464	0.0233	0.0107
	2	0.9999	0.9991	0.9972	0.9938	0.9885	0.9812	0.9717	0.9599	0.9460	0.9298	0.8202	0.6778	0.5256	0.3828	0.2616	0.1673	0.0996	0.0547
	3	1.0000	1.0000	0.9999	0.9996	0.9990	0.9980	0.9964	0.9942	0.9912	0.9872	0.9500	0.8791	0.7759	0.6496	0.5138	0.3823	0.2660	0.1719
	4	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9998	0.9997	0.9994	0.9990	0.9984	0.9901	0.9672	0.9219	0.8497	0.7515	0.6331	0.5044	0.3770
	5	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9999	0.9986	0.9936	0.9803	0.9527	0.9051	0.8338	0.7384	0.6230
	6	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9991	0.9965	0.9894	0.9740	0.9452	0.8980	0.8281
	7	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9996	0.9984	0.9952	0.9877	0.9726	0.9453
	8	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9995	0.9983	0.9955	0.9893
	9	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9997	0.9990
	10	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000

$p=$	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09	0.1	0.15	0.2	0.25	0.3	0.35	0.4	0.45	0.5
$n=11$ $x=0$	0.8953	0.8007	0.7153	0.6382	0.5688	0.5063	0.4501	0.3996	0.3544	0.3138	0.1673	0.0859	0.0422	0.0198	0.0088	0.0036	0.0014	0.0005
1	0.9948	0.9805	0.9587	0.9308	0.8981	0.8618	0.8228	0.7819	0.7399	0.6974	0.4922	0.3221	0.1971	0.1130	0.0606	0.0302	0.0139	0.0059
2	0.9998	0.9988	0.9963	0.9917	0.9848	0.9752	0.9630	0.9481	0.9305	0.9104	0.7788	0.6174	0.4552	0.3127	0.2001	0.1189	0.0652	0.0327
3	1.0000	1.0000	0.9998	0.9993	0.9984	0.9970	0.9947	0.9915	0.9871	0.9815	0.9306	0.8389	0.7133	0.5696	0.4256	0.2963	0.1911	0.1133
4	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9997	0.9995	0.9990	0.9983	0.9972	0.9841	0.9496	0.8854	0.7897	0.6683	0.5328	0.3971	0.2744
5	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9998	0.9997	0.9973	0.9883	0.9657	0.9218	0.8513	0.7535	0.6331	0.5000
6	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9997	0.9980	0.9924	0.9784	0.9499	0.9006	0.8262	0.7256
7	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9998	0.9988	0.9957	0.9878	0.9707	0.9390	0.8867
8	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9994	0.9980	0.9941	0.9852	0.9673
9	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9998	0.9993	0.9978	0.9941
10	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9998	0.9995
11	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
$n=12$ $x=0$	0.8864	0.7847	0.6938	0.6127	0.5404	0.4759	0.4186	0.3677	0.3225	0.2824	0.1422	0.0687	0.0317	0.0138	0.0057	0.0022	0.0008	0.0002
1	0.9938	0.9769	0.9514	0.9191	0.8816	0.8405	0.7967	0.7513	0.7052	0.6590	0.4435	0.2749	0.1584	0.0850	0.0424	0.0196	0.0083	0.0032
2	0.9998	0.9985	0.9952	0.9893	0.9804	0.9684	0.9532	0.9348	0.9134	0.8891	0.7358	0.5583	0.3907	0.2528	0.1513	0.0834	0.0421	0.0193
3	1.0000	0.9999	0.9997	0.9990	0.9978	0.9957	0.9925	0.9880	0.9820	0.9744	0.9078	0.7946	0.6488	0.4925	0.3467	0.2253	0.1345	0.0730
4	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9998	0.9996	0.9991	0.9984	0.9973	0.9957	0.9761	0.9274	0.8424	0.7237	0.5833	0.4382	0.3044	0.1938
5	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9998	0.9997	0.9995	0.9954	0.9806	0.9456	0.8822	0.7873	0.6652	0.5269	0.3872
6	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9993	0.9961	0.9857	0.9614	0.9154	0.8418	0.7393	0.6128
7	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9994	0.9972	0.9905	0.9745	0.9427	0.8883	0.8062
8	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9996	0.9983	0.9944	0.9847	0.9644	0.9270
9	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9998	0.9992	0.9972	0.9921	0.9807
10	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9997	0.9989	0.9968
11	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9998
12	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
$n=13$ $x=0$	0.8775	0.7690	0.6730	0.5882	0.5133	0.4474	0.3893	0.3383	0.2935	0.2542	0.1209	0.0550	0.0238	0.0097	0.0037	0.0013	0.0004	0.0001
1	0.9928	0.9730	0.9436	0.9068	0.8646	0.8186	0.7702	0.7206	0.6707	0.6213	0.3983	0.2336	0.1267	0.0637	0.0296	0.0126	0.0049	0.0017
2	0.9997	0.9980	0.9938	0.9865	0.9755	0.9608	0.9422	0.9201	0.8946	0.8661	0.6920	0.5017	0.3326	0.2025	0.1132	0.0579	0.0269	0.0112
3	1.0000	0.9999	0.9995	0.9986	0.9969	0.9940	0.9897	0.9837	0.9758	0.9658	0.8820	0.7473	0.5843	0.4206	0.2783	0.1686	0.0929	0.0461
4	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9997	0.9993	0.9987	0.9976	0.9959	0.9935	0.9658	0.9009	0.7940	0.6543	0.5005	0.3530	0.2279	0.1334
5	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9999	0.9997	0.9995	0.9991	0.9925	0.9700	0.9198	0.8346	0.7159	0.5744	0.4268	0.2905
6	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9999	0.9987	0.9930	0.9757	0.9376	0.8705	0.7712	0.6437	0.5000
7	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9998	0.9988	0.9944	0.9818	0.9538	0.9023	0.8212	0.7095
8	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9998	0.9990	0.9960	0.9874	0.9679	0.9302	0.8666
9	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9993	0.9975	0.9922	0.9797	0.9539
10	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9997	0.9987	0.9959	0.9888
11	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9995	0.9983
12	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999
13	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000

$p=$	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09	0.1	0.15	0.2	0.25	0.3	0.35	0.4	0.45	0.5
$n=14$ $x=0$	0.8687	0.7536	0.6528	0.5647	0.4877	0.4205	0.3620	0.3112	0.2670	0.2288	0.1028	0.0440	0.0178	0.0068	0.0024	0.0008	0.0002	0.0001
1	0.9916	0.9690	0.9355	0.8941	0.8470	0.7963	0.7436	0.6900	0.6368	0.5846	0.3567	0.1979	0.1010	0.0475	0.0205	0.0081	0.0029	0.0009
2	0.9997	0.9975	0.9923	0.9833	0.9699	0.9522	0.9302	0.9042	0.8745	0.8416	0.6479	0.4481	0.2811	0.1608	0.0839	0.0398	0.0170	0.0065
3	1.0000	0.9999	0.9994	0.9981	0.9958	0.9920	0.9864	0.9786	0.9685	0.9559	0.8535	0.6982	0.5213	0.3552	0.2205	0.1243	0.0632	0.0287
4	1.0000	1.0000	1.0000	0.9998	0.9996	0.9990	0.9980	0.9965	0.9941	0.9908	0.9533	0.8702	0.7415	0.5842	0.4227	0.2793	0.1672	0.0898
5	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9998	0.9996	0.9992	0.9985	0.9885	0.9561	0.8883	0.7805	0.6405	0.4859	0.3373	0.2120
6	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9998	0.9978	0.9884	0.9617	0.9067	0.8164	0.6925	0.5461	0.3953
7	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9997	0.9976	0.9897	0.9685	0.9247	0.8499	0.7414	0.6047
8	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9996	0.9978	0.9917	0.9757	0.9417	0.8811	0.7880
9	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9997	0.9983	0.9940	0.9825	0.9574	0.9102
10	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9998	0.9989	0.9961	0.9886	0.9713
11	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9994	0.9978	0.9935
12	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9997	0.9991
13	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999
14	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
$n=15$ $x=0$	0.8601	0.7386	0.6333	0.5421	0.4633	0.3953	0.3367	0.2863	0.2430	0.2059	0.0874	0.0352	0.0134	0.0047	0.0016	0.0005	0.0001	0.0000
1	0.9904	0.9647	0.9270	0.8809	0.8290	0.7738	0.7168	0.6597	0.6035	0.5490	0.3186	0.1671	0.0802	0.0353	0.0142	0.0052	0.0017	0.0005
2	0.9996	0.9970	0.9906	0.9797	0.9638	0.9429	0.9171	0.8870	0.8531	0.8159	0.6042	0.3980	0.2361	0.1268	0.0617	0.0271	0.0107	0.0037
3	1.0000	0.9998	0.9992	0.9976	0.9945	0.9896	0.9825	0.9727	0.9601	0.9444	0.8227	0.6482	0.4613	0.2969	0.1727	0.0905	0.0424	0.0176
4	1.0000	1.0000	0.9999	0.9998	0.9994	0.9986	0.9972	0.9950	0.9918	0.9873	0.9383	0.8358	0.6865	0.5155	0.3519	0.2173	0.1204	0.0592
5	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9999	0.9997	0.9993	0.9987	0.9978	0.9832	0.9389	0.8516	0.7216	0.5643	0.4032	0.2608	0.1509
6	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9998	0.9997	0.9964	0.9819	0.9434	0.8689	0.7548	0.6098	0.4522	0.3036
7	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9994	0.9958	0.9827	0.9500	0.8868	0.7869	0.6535	0.5000
8	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9992	0.9958	0.9848	0.9578	0.9050	0.8182	0.6964
9	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9992	0.9963	0.9876	0.9662	0.9231	0.8491
10	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9993	0.9972	0.9907	0.9745	0.9408
11	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9995	0.9981	0.9937	0.9824
12	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9997	0.9989	0.9963
13	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9995
14	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
15	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
$n=20$ $x=0$	0.8179	0.6676	0.5438	0.4420	0.3585	0.2901	0.2342	0.1887	0.1516	0.1216	0.0388	0.0115	0.0032	0.0008	0.0002	0.0000	0.0000	0.0000
1	0.9831	0.9401	0.8802	0.8103	0.7358	0.6605	0.5869	0.5169	0.4516	0.3917	0.1756	0.0692	0.0243	0.0076	0.0021	0.0005	0.0001	0.0000
2	0.9990	0.9929	0.9790	0.9561	0.9245	0.8850	0.8390	0.7879	0.7334	0.6769	0.4049	0.2061	0.0913	0.0355	0.0121	0.0036	0.0009	0.0002
3	1.0000	0.9994	0.9973	0.9926	0.9841	0.9710	0.9529	0.9294	0.9007	0.8670	0.6477	0.4114	0.2252	0.1071	0.0444	0.0160	0.0049	0.0013
4	1.0000	1.0000	0.9997	0.9990	0.9974	0.9944	0.9893	0.9817	0.9710	0.9568	0.8298	0.6296	0.4148	0.2375	0.1182	0.0510	0.0189	0.0059
5	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9997	0.9991	0.9981	0.9962	0.9932	0.9887	0.9327	0.8042	0.6172	0.4164	0.2454	0.1256	0.0553	0.0207
6	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9997	0.9994	0.9987	0.9976	0.9781	0.9133	0.7858	0.6080	0.4166	0.2500	0.1299	0.0577
7	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9998	0.9996	0.9941	0.9679	0.8982	0.7723	0.6010	0.4159	0.2520	0.1316

$p=$	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09	0.1	0.15	0.2	0.25	0.3	0.35	0.4	0.45	0.5
$n=20$ $x=8$	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9987	0.9900	0.9591	0.8867	0.7624	0.5956	0.4143	0.2517
9	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9998	0.9974	0.9861	0.9520	0.8782	0.7553	0.5914	0.4119
10	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9994	0.9961	0.9829	0.9468	0.8725	0.7507	0.5881
11	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9991	0.9949	0.9804	0.9435	0.8692	0.7483
12	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9998	0.9987	0.9940	0.9790	0.9420	0.8684
13	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9997	0.9985	0.9935	0.9786	0.9423
14	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9997	0.9984	0.9936	0.9793
15	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9997	0.9985	0.9941
16	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9997	0.9987
17	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9998
18	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
$n=25$ $x=0$	0.7778	0.6035	0.4670	0.3604	0.2774	0.2129	0.1630	0.1244	0.0946	0.0718	0.0172	0.0038	0.0008	0.0001	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
1	0.9742	0.9114	0.8280	0.7358	0.6424	0.5527	0.4696	0.3947	0.3286	0.2712	0.0931	0.0274	0.0070	0.0016	0.0003	0.0001	0.0000	0.0000
2	0.9980	0.9868	0.9620	0.9235	0.8729	0.8129	0.7466	0.6768	0.6063	0.5371	0.2537	0.0982	0.0321	0.0090	0.0021	0.0004	0.0001	0.0000
3	0.9999	0.9986	0.9938	0.9835	0.9659	0.9402	0.9064	0.8649	0.8169	0.7636	0.4711	0.2340	0.0962	0.0332	0.0097	0.0024	0.0005	0.0001
4	1.0000	0.9999	0.9992	0.9972	0.9928	0.9850	0.9726	0.9549	0.9314	0.9020	0.6821	0.4207	0.2137	0.0905	0.0320	0.0095	0.0023	0.0005
5	1.0000	1.0000	0.9999	0.9996	0.9988	0.9969	0.9935	0.9877	0.9790	0.9666	0.8385	0.6167	0.3783	0.1935	0.0826	0.0294	0.0086	0.0020
6	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9998	0.9995	0.9987	0.9972	0.9946	0.9905	0.9305	0.7800	0.5611	0.3407	0.1734	0.0736	0.0258	0.0073
7	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9998	0.9995	0.9989	0.9977	0.9745	0.8909	0.7265	0.5118	0.3061	0.1536	0.0639	0.0216
8	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9998	0.9995	0.9920	0.9532	0.8506	0.6769	0.4668	0.2735	0.1340	0.0539
9	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9979	0.9827	0.9287	0.8106	0.6303	0.4246	0.2424	0.1148
10	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9995	0.9944	0.9703	0.9022	0.7712	0.5858	0.3843	0.2122
11	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9985	0.9893	0.9558	0.8746	0.7323	0.5426	0.3450
12	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9996	0.9966	0.9825	0.9396	0.8462	0.6937	0.5000
13	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9991	0.9940	0.9745	0.9222	0.8173	0.6550
14	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9998	0.9982	0.9907	0.9656	0.9040	0.7878
15	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9995	0.9971	0.9868	0.9560	0.8852
16	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9992	0.9957	0.9826	0.9461
17	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9998	0.9988	0.9942	0.9784
18	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9997	0.9984	0.9927
19	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9996	0.9980
20	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9995
21	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999
22	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
$n=30$ $x=0$	0.7397	0.5455	0.4010	0.2939	0.2146	0.1563	0.1134	0.0820	0.0591	0.0424	0.0076	0.0012	0.0002	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
1	0.9639	0.8795	0.7731	0.6612	0.5535	0.4555	0.3694	0.2958	0.2343	0.1837	0.0480	0.0105	0.0020	0.0003	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
2	0.9967	0.9783	0.9399	0.8831	0.8122	0.7324	0.6487	0.5654	0.4855	0.4114	0.1514	0.0442	0.0106	0.0021	0.0003	0.0000	0.0000	0.0000
3	0.9998	0.9971	0.9881	0.9694	0.9392	0.8974	0.8450	0.7842	0.7175	0.6474	0.3217	0.1227	0.0374	0.0093	0.0019	0.0003	0.0000	0.0000
4	1.0000	0.9997	0.9982	0.9937	0.9844	0.9685	0.9447	0.9126	0.8723	0.8245	0.5245	0.2552	0.0979	0.0302	0.0075	0.0015	0.0002	0.0000

$p=$	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09	0.1	0.15	0.2	0.25	0.3	0.35	0.4	0.45	0.5
$n=30$ $x=5$	1.0000	1.0000	0.9998	0.9989	0.9967	0.9921	0.9838	0.9707	0.9519	0.9268	0.7106	0.4275	0.2026	0.0766	0.0233	0.0057	0.0011	0.0002
6	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9994	0.9983	0.9960	0.9918	0.9848	0.9742	0.8474	0.6070	0.3481	0.1595	0.0586	0.0172	0.0040	0.0007
7	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9997	0.9992	0.9980	0.9959	0.9922	0.9302	0.7608	0.5143	0.2814	0.1238	0.0435	0.0121	0.0026
8	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9996	0.9990	0.9980	0.9722	0.8713	0.6736	0.4315	0.2247	0.0940	0.0312	0.0081
9	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9998	0.9995	0.9903	0.9389	0.8034	0.5888	0.3575	0.1763	0.0694	0.0214
10	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9971	0.9744	0.8943	0.7304	0.5078	0.2915	0.1350	0.0494
11	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9992	0.9905	0.9493	0.8407	0.6548	0.4311	0.2327	0.1002
12	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9998	0.9969	0.9784	0.9155	0.7802	0.5785	0.3592	0.1808
13	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9991	0.9918	0.9599	0.8737	0.7145	0.5025	0.2923
14	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9998	0.9973	0.9831	0.9348	0.8246	0.6448	0.4278
15	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9992	0.9936	0.9699	0.9029	0.7691	0.5722
16	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9998	0.9979	0.9876	0.9519	0.8644	0.7077
17	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9994	0.9955	0.9788	0.9286	0.8192
18	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9998	0.9986	0.9917	0.9666	0.8998
19	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9996	0.9971	0.9862	0.9506
20	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9991	0.9950	0.9786
21	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9998	0.9984	0.9919
22	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9996	0.9974
23	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9993
24	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9998
25	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
$n=40$ $x=0$	0.6690	0.4457	0.2957	0.1954	0.1285	0.0842	0.0549	0.0356	0.0230	0.0148	0.0015	0.0001	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
1	0.9393	0.8095	0.6615	0.5210	0.3991	0.2990	0.2201	0.1594	0.1140	0.0805	0.0121	0.0015	0.0001	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
2	0.9925	0.9543	0.8822	0.7855	0.6767	0.5665	0.4625	0.3694	0.2894	0.2228	0.0486	0.0079	0.0010	0.0001	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
3	0.9993	0.9918	0.9686	0.9252	0.8619	0.7827	0.6937	0.6007	0.5092	0.4231	0.1302	0.0285	0.0047	0.0006	0.0001	0.0000	0.0000	0.0000
4	1.0000	0.9988	0.9933	0.9790	0.9520	0.9104	0.8546	0.7868	0.7103	0.6290	0.2633	0.0759	0.0160	0.0026	0.0003	0.0000	0.0000	0.0000
5	1.0000	0.9999	0.9988	0.9951	0.9861	0.9691	0.9419	0.9033	0.8535	0.7937	0.4325	0.1613	0.0433	0.0086	0.0013	0.0001	0.0000	0.0000
6	1.0000	1.0000	0.9998	0.9990	0.9966	0.9909	0.9801	0.9624	0.9361	0.9005	0.6067	0.2859	0.0962	0.0238	0.0044	0.0006	0.0001	0.0000
7	1.0000	1.0000	1.0000	0.9998	0.9993	0.9977	0.9942	0.9873	0.9758	0.9581	0.7559	0.4371	0.1820	0.0553	0.0124	0.0021	0.0002	0.0000
8	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9995	0.9985	0.9963	0.9919	0.9845	0.8646	0.5931	0.2998	0.1110	0.0303	0.0061	0.0009	0.0001
9	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9997	0.9990	0.9976	0.9949	0.9328	0.7318	0.4395	0.1959	0.0644	0.0156	0.0027	0.0003
$n=40$ $x=10$	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9998	0.9994	0.9985	0.9701	0.8392	0.5839	0.3087	0.1215	0.0352	0.0074	0.0011
11	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9996	0.9880	0.9125	0.7151	0.4406	0.2053	0.0709	0.0179	0.0032
12	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9957	0.9568	0.8209	0.5772	0.3143	0.1285	0.0386	0.0083
13	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9986	0.9806	0.8968	0.7032	0.4408	0.2112	0.0751	0.0192
14	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9996	0.9921	0.9456	0.8074	0.5721	0.3174	0.1326	0.0403
15	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9971	0.9738	0.8849	0.6946	0.4402	0.2142	0.0769
16	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9990	0.9884	0.9367	0.7978	0.5681	0.3185	0.1341
17	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9997	0.9953	0.9680	0.8761	0.6885	0.4391	0.2148

$p=$	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09	0.1	0.15	0.2	0.25	0.3	0.35	0.4	0.45	0.5
$n=50$ $x=24$	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9976	0.9793	0.9022	0.7160	0.4439
25	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9991	0.9900	0.9427	0.8034	0.5561
26	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9997	0.9955	0.9686	0.8721	0.6641
27	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9981	0.9840	0.9220	0.7601
28	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9993	0.9924	0.9556	0.8389
29	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9997	0.9966	0.9765	0.8987
30	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9986	0.9884	0.9405
31	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9995	0.9947	0.9675
32	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9998	0.9978	0.9836
33	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9991	0.9923
34	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9997	0.9967
35	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9987
36	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9995
37	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9998
38	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000