

## #9

**TEORI ANTRIAN****Materi Pertemuan #9 (Online #7)****Kemampuan Akhir Yang Diharapkan**

Mampu membandingkan antara kondisi nyata dengan penerapan teori yang telah dipelajari dan menghitung serta menganalisis permasalahan dengan pendekatan metode keilmuan teknik industri terkait dengan teori antrian.

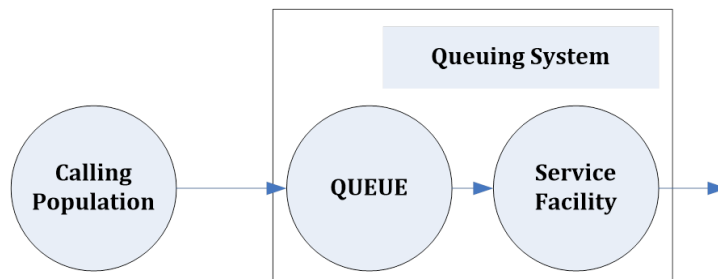
**Indikator Penilaian**

Ketepatan dalam membandingkan antara kondisi nyata dengan penerapan teori yang telah dipelajari dan menghitung serta menganalisis permasalahan dengan pendekatan metode keilmuan teknik industri terkait dengan teori antrian.

**9.1. Konsep Dasar**

Pengembangan model matematis dari suatu sistem dunia nyata, menemukan beberapa elemen penting adalah acak dan tidak dapat diabaikan variasinya. Sehingga, perlu beralih pada model penelitian operasional yang bersifat probabilistik.

Teori antrian adalah studi mengenai jalur-jalur penantian. Suatu jalur penantian, atau antrian, akan muncul bilamana fasilitas pelayanan tidak selalu dapat memenuhi permintaan yang terjadi. Tujuannya adalah menentukan jumlah fasilitas pelayanan yang akan memberikan besaran biaya yang minimum. Gambar 9.1 memperlihatkan konsep dasar teori antrian.



**Gambar 9.1. Konsep Dasar Antrian**

Klasifikasi antrian terdiri dari Pelayan Tunggal dan Multi Pelayan. Sedangkan untuk kriteria performansi, antara lain:  $L_s$  ;  $L_q$  ;  $W_s$  ; dan  $W_q$ .

Analisis antrian merupakan bentuk analisis probabilitas. Hasil dari analisis antrian adalah karakteristik operasional yang merupakan nilai rata-rata dari karakteristik yang menggambarkan kinerja suatu sistem antrian. Hasil karakteristik operasional adalah statistik operasi yang dapat digunakan untuk mengambil putusan dalam suatu operasi yang mengandung masalah antrian.

Menurut Heizer dan Render (2009) antrian adalah ilmu pengetahuan tentang bentuk antrian dan merupakan orang-orang atau barang dalam barisan yang sedang menunggu untuk dilayani atau meliputi bagaimana perusahaan dapat menentukan waktu dan fasilitas yang sebaik-baiknya agar dapat melayani pelanggan dengan efisien. Menurut Ma'arif dan Tanjung (2003) antrian adalah situasi barisan tunggu dimana jumlah kesatuan fisik (pendatang) sedang berusaha untuk menerima pelayanan dari fasilitas terbatas (pemberi layanan), sehingga pendatang harus menunggu beberapa waktu dalam barisan agar mendapatkan giliran untuk dilayani.

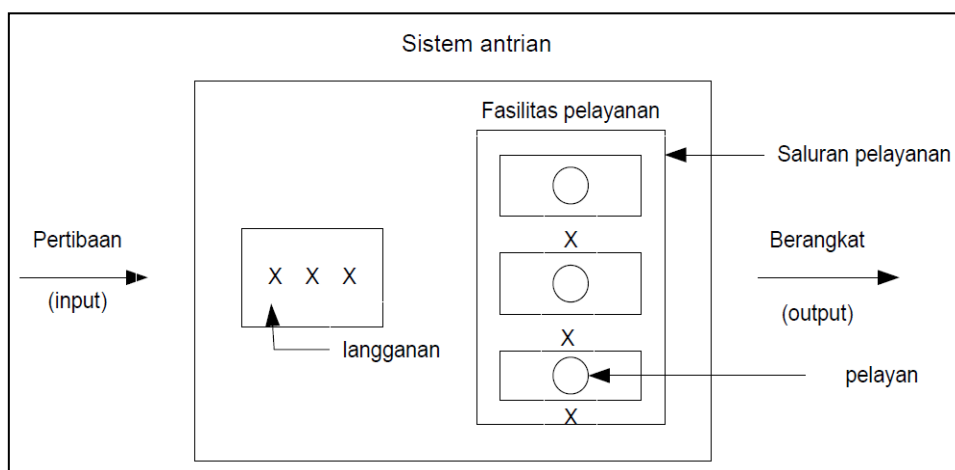
Suatu antrian adalah suatu garis tunggu dari pelanggan (satuan) yang memerlukan layanan satu atau lebih pelayan (fasilitas layanan). Studi matematika dari kejadian atau gejala garis tunggu ini disebut teori antrian. Kejadian garis tunggu timbul disebabkan oleh kebutuhan akan layanan melebihi kemampuan/kapasitas pelayanan atau fasilitas pelayanan, sehingga nasabah yang tiba tidak bisa segera mendapatkan layanan disebabkan kesibukan pelayanan. (Margaret, dkk, 2012).

Rata-rata lamanya waktu menunggu (*waiting time*) sangat tergantung kepada rata-rata tingkat kecepatan pelayanan (*rate of services*). Teori tentang antrian ditemukan dan dikembangkan oleh A.K. Erlang, seorang insinyur dari Denmark yang bekerja pada perusahaan telepon di Kopenhagen pada tahun 1910. Erlang melakukan eksperimen tentang fluktuasi permintaan fasilitas telepon yang berhubungan dengan *automatic dialing equipment*, yaitu peralatan penyambungan telepon secara otomatis. Tujuan sebenarnya dari teori antrian adalah meneliti kegiatan dari fasilitas pelayanan dalam rangkaian kondisi random dari suatu sistem antrian yang terjadi. Untuk itu pengukuran yang logis akan ditinjau dari dua bagian, yaitu berapa lama para pelanggan harus menunggu yang dalam hal ini diuraikan melalui waktu rata-rata yang dibutuhkan oleh pelanggan untuk menunggu hingga mendapatkan pelayanan dan berapa persenkah dari waktu yang disediakan untuk memberikan pelayanan itu fasilitas pelayanan dalam kondisi menganggur.

Teori antrian merupakan sebuah bagian penting operasi dan juga bermanfaat di dalam dunia usaha karena masalah dunia usaha yang berkaitan dengan kedatangan dan kemacetan akan terbantu dengan adanya teori antrian ini. Tujuan utama teori antrian ini adalah mencapai keseimbangan antara ongkos pelayanan dengan ongkos yang disebabkan oleh waktu menunggu. Tambahan fasilitas pelayanan dapat diberikan untuk mengurangi antrian atau untuk mencegah timbulnya antrian. Namun, hal ini menyebabkan timbulnya biaya. Sebaliknya, sering timbulnya antrian yang panjang akan mengakibatkan hilangnya langganan. (Margaret, dkk, 2012)

## 9.2. Sistem Antrian

Langganan tiba dengan laju tetap atau tidak tetap untuk memperoleh pelayanan pada fasilitas pelayanan, tetapi jika harus menunggu, maka mereka akan membentuk suatu antrian hingga tiba waktunya untuk dilayani. Mereka akan dilayani dengan laju tetap atau tidak tetap. Dari penjelasan di atas, sistem antrian dapat digambarkan seperti ditunjukkan dalam Gambar 9.2.



**Gambar 9.2. Bentuk Sistem Antrian**  
(Sumber: Margaret, dkk. 2012)

### 9.2.1. Sumber Antrian Dan Proses Masukan

Sumber adalah kumpulan orang atau barang dari mana satuan-satuan datang atau dipanggil untuk pelayanan. Kumpulan orang-orang atau barang ini boleh berhingga atau tidak berhingga. (Margaret, dkk, 2012)

Proses masukan adalah suatu proses pembentukan suatu bentuk antrian akibat pertibaan satuan-satuan orang atau barang. Secara teori, waktu pertibaan antara satuan-satuan dengan satuan berikutnya dianggap acak dan bebas. Bentuk umum dari proses ini dan sering digunakan dalam model-model antrian adalah yang dikenal dengan proses Poisson. (Margaret, dkk, 2012)

### 9.2.2. Mekanisme Pelayanan

Ada 3 aspek yang harus diperhatikan dalam mekanisme pelayanan yaitu: (Margaret, dkk, 2012)

#### 1. Tersedianya Pelayanan

Mekanisme pelayanan tidak selalu tersedia untuk setiap saat.

#### 2. Kapasitas Pelayanan

Kapasitas dari mekanisme pelayanan diukur berdasarkan jumlah langganan (satuan) yang dapat dilayani secara bersama-sama. Kapasitas pelayanan tidak selalu sama untuk setiap saat. Fasilitas pelayanan dapat memiliki satu (sistem pelayanan tunggal) atau lebih saluran (pelayanan ganda).

#### 3. Lamanya Pelayanan

Lamanya pelayanan adalah waktu yang dibutuhkan untuk melayani seorang langganan. Waktu pelayanan boleh tetap dari waktu ke waktu untuk semua langganan atau boleh juga berupa variabel acak.

### 9.3. Karakteristik Sistem Antrian

Dalam sistem antrian terdapat tiga komponen karakteristik menurut Heizer dan Render (2009) yaitu: (a) karakteristik kedatangan atau masukan sistem; (b) karakteristik antrian; (c) karakteristik pelayanan.

Karakteristik yang pertama adalah karakteristik kedatangan atau masukan sistem, yaitu sumber input yang mendatangkan pelanggan bagi sebuah sistem pelayanan memiliki karakteristik utama sebagai berikut.

#### a. Ukuran populasi

Merupakan sumber konsumen yang dilihat sebagai populasi tidak terbatas dan terbatas. Populasi tidak terbatas adalah jika jumlah kedatangan atau pelanggan pada sebuah waktu tertentu hanyalah sebagian kecil dari semua kedatangan yang potensial. Sedangkan populasi terbatas adalah sebuah antrian ketika hanya ada pengguna pelayanan yang potensial dengan jumlah terbatas.

#### b. Perilaku kedatangan

Perilaku setiap konsumen berbeda-beda dalam memperoleh pelayanan, ada tiga karakteristik perilaku kedatangan yaitu: pelanggan yang sabar, pelanggan yang menolak bergabung dalam antrian dan pelanggan yang membelot.

#### c. Pola kedatangan

Menggambarkan bagaimana distribusi pelanggan memasuki sistem. Distribusi kedatangan terdiri dari: *Constant arrival distribution* dan *Arrival pattern random*. *Constant arrival distribution* adalah pelanggan yang datang setiap periode

tertentu sedangkan *Arrival pattern random* adalah pelanggan yang datang secara acak.

Karakteristik yang kedua adalah karakteristik antrian, yaitu merupakan aturan antrian yang mengacu pada peraturan pelanggan yang ada dalam barisan untuk menerima pelayanan yang terdiri dari:

- a. *First Come First Served* (FCFS) atau *First In First Out* (FIFO) yaitu pelanggan yang pertama datang, pertama dilayani. Misalnya: sistem antrian pada bioskop, supermarket, pintu tol, dan lain-lain.
- b. *Last Come First Served* (LCFS) atau *Last In First Out* (LIFO) yaitu sistem antrian pelanggan yang datang terakhir, pertama dilayani. Misalnya: sistem antrian pada elevator lift untuk lantai yang sama.
- c. *Service in Random Order* (SIRO) yaitu panggilan berdasarkan pada peluang acak, tidak peduli siapa yang datang terlebih dahulu.
- d. *Shortest Operation Times* (SOT) yaitu sistem pelayanan yang membutuhkan waktu pelayanan tersingkat mendapat pelayanan pertama.

Karakteristik yang ketiga yaitu karakteristik pelayanan. Karakteristik pelayanan terdapat dua hal penting yaitu, desain sistem pelayanan dan distribusi waktu pelayanan.

#### a. Desain sistem pelayanan

Pelayanan pada umumnya digolongkan menurut jumlah saluran yang ada dan jumlah tahapan.

1. Menurut jumlah saluran yang ada adalah sistem antrian jalur tunggal dan sistem antrian jalur berganda.
2. Menurut jumlah tahapan adalah sistem satu tahap dan sistem tahapan berganda.

#### b. Distribusi waktu pelayanan

Pola pelayanan serupa dengan pola kedatangan dimana pola ini bisa konstan ataupun acak. Jika waktu pelayanan konstan, maka waktu yang diperlukan untuk melayani setiap pelanggan sama. Sedangkan waktu pelayanan acak merupakan waktu untuk melayani setiap pelanggan adalah acak atau tidak sama.

### 9.4. Model Antrian

Terdapat 2 (dua) model antrian, yaitu:

#### 1) Sistem pelayanan tunggal (*single-server system*).

Merupakan bentuk paling sederhana dari sistem antrian. Dalam sistem ini, kombinasi antara mesin kas dan tempat kasir disebut server (fasilitas pelayanan) dan para pelanggan yang menunggu giliran yang membentuk suatu baris disebut waiting line atau antrian (*queue*).

Sistem antrian pelayanan tunggal memiliki karakteristik sebagai berikut:

- a) Populasi pelanggan yang tidak terbatas.
- b) Disiplin antrian “pertama datang, pertama dilayani”.
- c) Tingkat kedatangan Poisson.
- d) Waktu pelayanan eksponensial.

Selain karakteristik tersebut, sistem antrian pelayanan tunggal juga memiliki asumsi bahwa:

$$\lambda < \mu$$

dimana:

- $\lambda$  = tingkat kedatangan
- $\mu$  = tingkat pelayanan

## 2) Sistem pelayanan multiple (*multiple-server system*).

Adalah baris antrian tunggal yang dilayani oleh lebih dari satu pelayan. Contoh penerapan sistem ini terdapat pada bank yang ada bagian tertentu menangani pertanyaan-pertanyaan atau pengaduan-pengaduan dari customer.

Formula antrian untuk sistem pelayanan *multiple* dikembangkan berdasarkan asumsi:

- a) Disiplin antrian pertama datang pertama dilayani.
- b) Kedatangan Poisson.
- c) Waktu pelayanan eksponensial.
- d) Populasi yang tidak terbatas.

Parameter model pelayanan *multiple* adalah sebagai berikut:

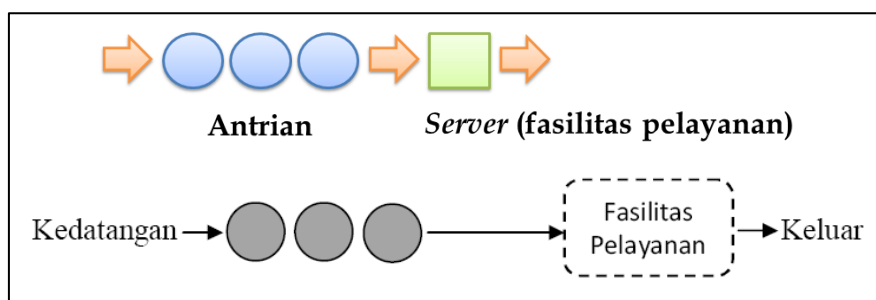
- $\lambda$  = tingkat kedatangan
- $\mu$  = tingkat pelayanan
- $c$  = jumlah pelayan
- $c\mu$  = rata-rata pelayanan efektif sistem tersebut, dimana nilainya harus melebihi tingkat kedatangan ( $c\mu > \lambda$ )

## 9.5. Struktur Antrian

Ada 4 (empat) model struktur antrian dasar yang umum terjadi dalam seluruh sistem antrian.

### 1) *Single Channel – Single Phase*

*Single Channel* berarti bahwa hanya ada satu jalur untuk memasuki sistem pelayanan atau ada satu pelayan. *Single Phase* menunjukkan bahwa hanya ada satu stasiun pelayanan sehingga yang telah menerima pelayanan dapat langsung keluar dari sistem antrian. Contohnya adalah pada pembelian tiket bioskop yang dilayani oleh satu loket, seorang pelayan toko dan lain-lain. Perhatikan Gambar 9.3 berikut.

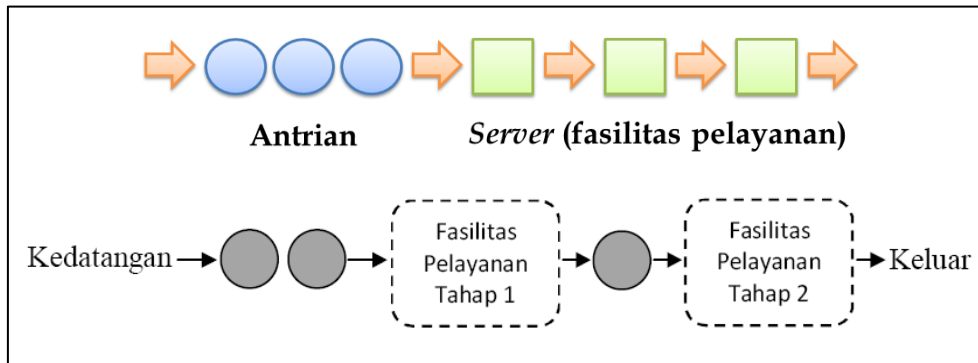


**Gambar 9.3. Model *Single Channel Single Phase***

### 2) *Single Channel Multi Phase*

Struktur ini memiliki satu jalur pelayanan sehingga disebut *Single Channel*. Istilah *Multi Phase* menunjukkan ada dua atau lebih pelayanan yang dilaksanakan secara berurutan. Setelah menerima pelayanan karena masih ada pelayanan lain yang harus dilakukan agar sempurna. Setelah pelayanan yang diberikan sempurna

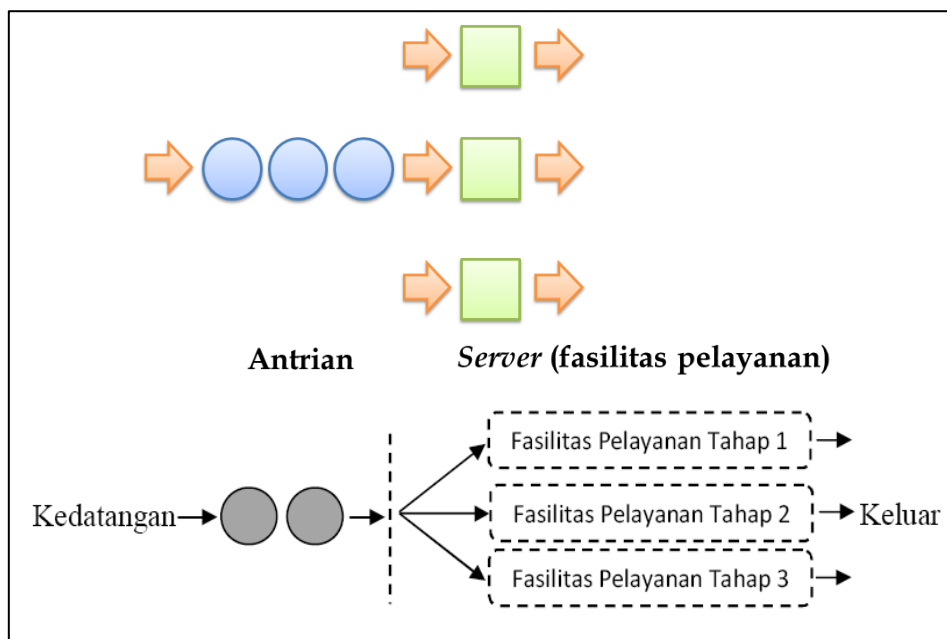
baru dapat meninggalkan area pelayanan. Contoh: pencucian mobil otomatis. Perhatikan Gambar 9.4 berikut.



**Gambar 9.4. Model *Single Channel Multi Phase***

### 3) *Multi Channel Single Phase*

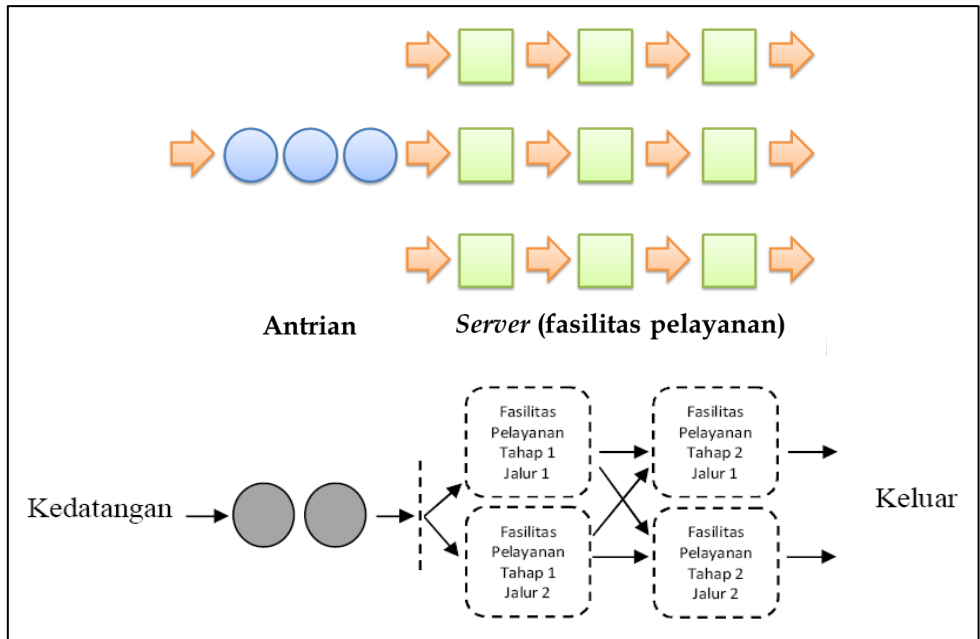
Sistem *Multi Channel Single Phase* terjadi ketika dua atau lebih fasilitas dialiri oleh antrian tunggal. Sistem ini memiliki lebih dari satu jalur pelayanan atau fasilitas pelayanan sedangkan sistem pelayanannya hanya ada satu fase. Contoh: pelayanan di suatu bank yang dilayani oleh beberapa teller. Perhatikan Gambar 9.5 berikut.



**Gambar 9.5. Model *Multi Channel Single Phase***

### 4) *Multi Channel Multi Phase*

Setiap sistem ini mempunyai beberapa fasilitas pelayanan pada setiap tahap, sehingga lebih dari satu individu dapat dilayani pada suatu waktu. Pada umumnya jaringan ini terlalu kompleks untuk dianalisis dengan teori antrian. Contoh: pelayanan kepada pasien di rumah sakit, beberapa perawat akan mendatangi pasien secara teratur dan memberikan pelayanan dengan *continue*, mulai dari pendaftaran, diagnosa, penyembuhan sampai pada pembayaran. Perhatikan Gambar 9.6 berikut.



Gambar 9.6. Model Multi Channel Multi Phase

**9.6. Model Antrian**

Beragam model antrian dapat digunakan di bidang Manajemen Operasi. Empat model yang paling sering digunakan oleh perusahaan dengan menyesuaikan situasi dan kondisi masing-masing. Dengan mengoptimalkan sistem pelayanan, dapat ditentukan waktu pelayanan, jumlah saluran antrian, dan jumlah pelayanan yang tepat dengan menggunakan model-model antrian. Empat model antrian tersebut adalah sebagai berikut.

**A. Model A: M/M/1 (Single Channel Query System atau model antrian jalur tunggal).**

Dalam situasi ini, kedatangan membentuk satu jalur tunggal untuk dilayani oleh stasiun tunggal. Rumus antrian untuk model A adalah:

$$L_s = \frac{\lambda}{\mu - \lambda} \dots\dots\dots (9.1)$$

Dimana:

- $\lambda$  = Jumlah kedatangan rata-rata per satuan waktu.
- $\mu$  = Jumlah rata-rata yang dilayani per satuan waktu pada setiap jalur.
- $L_s$  = Jumlah pelanggan rata-rata dalam sistem.

1) Jumlah waktu rata-rata yang dihabiskan dalam sistem (waktu menunggu ditambah waktu pelayanan)

$$W_s = \frac{1}{\mu - \lambda} \dots\dots\dots (9.2)$$

2) Jumlah unit rata-rata yang menunggu dalam antrian

$$L_q = \frac{\lambda^2}{\mu(\mu - \lambda)} \dots\dots\dots (9.3)$$

3) Waktu rata-rata antrian dalam sistem

$$W_q = \frac{\lambda}{\mu(\mu - \lambda)} \dots\dots\dots (9.4)$$

4) Faktor utilisasi sistem (populasi fasilitas pelayanan sibuk)

$$\rho = \frac{\lambda}{\mu} \dots\dots\dots (9.5)$$

5) Probabilitas terdapat 0 unit dalam sistem (yaitu unit pelayanan kosong)

$$P_0 = 1 - \frac{\lambda}{\mu} \dots\dots\dots (9.6)$$

6) Probabilitas terdapat lebih dari sejumlah *k* unit dalam sistem, dimana *n* adalah jumlah unit dalam sistem.

$$P_{n>k} = \left[ \frac{\lambda}{\mu} \right]^{k+1} \dots\dots\dots (9.7)$$

**B. Model B: M/M/S (Multiple Channel Query System atau model antrian jalur berganda)**

Sistem antrian jalur berganda terdapat dua atau lebih jalur atau stasiun pelayanan yang tersedia untuk menangani pelanggan yang akan datang. Asumsi bahwa pelanggan yang menunggu pelayanan membentuk satu jalur yang akan dilayani pada stasiun pelayanan yang tersedia pertama kali pada saat itu. Pola kedatangan mengikuti distribusi Poisson dan waktu pelayan mengikuti distribusi eksponensial negatif. Pelayanan dilakukan secara *first-come, first-served*, dan semua stasiun pelayanan yang sama.

Rumus antrian untuk model B adalah sebagai berikut.

1) Probabilitas terdapat 0 orang dalam sistem (tidak adanya pelanggan dalam sistem).

$$P_0 = \frac{1}{\left[ \sum_{n=0}^{M-1} \frac{1}{n!} \left( \frac{\lambda}{\mu} \right)^n \right] + \frac{1}{M!} \left( \frac{\lambda}{\mu} \right)^M \frac{M\mu}{M\lambda - \mu}} \dots\dots\dots (9.8)$$

2) Jumlah pelanggan rata-rata dalam sistem

$$L_s = \frac{\lambda\mu \left( \frac{\lambda}{\mu} \right)^M}{(M - 1)! (M\mu - \lambda)^2} P_0 + \frac{\lambda}{\mu} \dots\dots\dots (9.9)$$

3) Waktu rata-rata yang dihabiskan seorang pelanggan dalam antrian atau sedang dilayani (dalam sistem)

$$W_s = \frac{L_s}{\lambda} \dots\dots\dots (9.10)$$



4) Jumlah orang atau unit rata-rata yang menunggu dalam antrian

$$L_q = L_s \frac{\lambda}{\mu} \dots\dots\dots (9.11)$$

5) Waktu rata-rata yang dihabiskan oleh seorang pelanggan atau unit untuk menunggu dalam antrian

$$W_q = \frac{L_q}{\lambda} \dots\dots\dots (9.12)$$

Dimana:

- $M$  = jumlah jalur yang terbuka.
- $\lambda$  = jumlah kedatangan rata-rata persatuan waktu.
- $\mu$  = jumlah orang dilayani persatuan waktu pada setiap jalur.
- $n$  = jumlah pelanggan.
- $P_0$  = probabilitas terdapat 0 orang dalam sistem.
- $L_s$  = jumlah pelanggan rata-rata dalam sistem.
- $L_q$  = jumlah unit rata-rata yang menunggu dalam antrian.

### C. Model C: M/D/1 (*constant service* atau waktu pelayanan konstan)

Beberapa sistem memiliki waktu pelayanan yang tetap, dan bukan berdistribusi eksponensial seperti biasanya. Rumus antrian untuk model C adalah sebagai berikut.

1) Panjang antrian rata-rata

$$L_q = \frac{x^2}{2\mu(\mu - \lambda)} \dots\dots\dots (9.13)$$

2) Waktu menunggu dalam antrian rata-rata

$$W_q = \frac{\lambda}{2\mu(\mu - \lambda)} \dots\dots\dots (9.14)$$

3) Jumlah pelanggan dalam sistem rata-rata

$$L_s = L_q + \frac{\lambda}{\mu} \dots\dots\dots (9.15)$$

4) Waktu tunggu rata-rata dalam sistem

$$W_s = W_q + \frac{1}{\mu} \dots\dots\dots (9.16)$$

### D. Model D: (*limited population* atau populasi terbatas)

Model ini berbeda dengan ketiga model yang lain, karena saat ini terdapat hubungan *saling ketergantungan* antara panjang antrian dan tingkat kedatangan.

Ketika terdapat sebuah populasi pelanggan potensial yang terbatas bagi sebuah fasilitas pelayanan, maka model antrian berbeda harus dipertimbangkan.

1) Faktor pelayanan

$$X = \frac{T}{T + U} \quad \dots\dots\dots (9.17)$$

2) Jumlah antrian rata-rata

$$L = N(1 - F) \quad \dots\dots\dots (9.18)$$

3) Waktu tunggu rata-rata

$$W = \frac{L(T + U)}{N - L} = \frac{T(1 - F)}{XF} \quad \dots\dots\dots (9.19)$$

4) Jumlah pelayanan rata-rata

$$J = NF(1 - X) \quad \dots\dots\dots (9.20)$$

5) Jumlah dalam pelayanan rata-rata

$$H = FNX \quad \dots\dots\dots (9.21)$$

6) Jumlah populasi

$$N = J + L + H \quad \dots\dots\dots (9.22)$$

Notasi:

- $D$  = probabilitas sebuah unit harus menunggu didalam antrian.
- $F$  = faktor efesiensi
- $H$  = rata-rata jumlah unit yang sedang dilayani
- $J$  = rata-rata jumlah unit yang tidak berada dalam antrian
- $L$  = rata-rata jumlah unit yang menunggu untuk dilayani
- $M$  = jumlah jalur pelayanan
- $N$  = jumlah pelanggan potensial
- $T$  = waktu pelayanan rata-rata
- $U$  = waktu rata-rata antara unit yang membutuhkan pelayanan
- $W$  = waktu rata-rata sebuah unit menunggu dalam antrian
- $X$  = faktor pelayanan

### Contoh 9.1

Petugas pelayanan pinjaman pada sebuah bank mewawancarai seluruh nasabah yang ingin membuka rekening pinjaman baru. Tingkat kedatangan para nasabah tersebut adalah 4 nasabah per jam berdasarkan distribusi Poisson, dan petugas rekening tersebut menghabiskan waktu rata-rata 12 menit untuk setiap nasabah yang ingin membuka rekening baru.

A. Tentukan karakteristik operasi ( $P_0$ ;  $L_s$ ;  $L_q$ ;  $W_s$ ;  $W_q$ ; dan  $P_w$ ) untuk sistem ini.

- B. Tambahkan seorang petugas baru pada sistem tersebut, sehingga sekarang menjadi sistem antrian pelayanan *multiple* dengan dua saluran dan tentukan karakteristik operasi yang diminta pada bagian A.

### Jawaban A Contoh 9.1

- Karakteristik operasi untuk sistem pelayanan tunggal  
 $\lambda = 4$  nasabah per jam kedatangan  
 $\mu = 5$  nasabah per jam yang dilayani

- Probabilitas tidak adanya nasabah dalam sistem

$$P_0 = \left(1 - \frac{\lambda}{\mu}\right) = \left(1 - \frac{4}{5}\right) = 0,2$$

- Jumlah nasabah rata-rata dalam sistem antrian

$$L_s = \frac{\lambda}{(\mu - \lambda)} = \frac{4}{(5 - 4)} = 4$$

- Jumlah nasabah rata-rata dalam baris antrian

$$L_q = \frac{\lambda^2}{\mu(\mu - \lambda)} = \frac{4^2}{5(5 - 4)} = 3,2$$

- Waktu rata-rata yang dihabiskan seorang pelanggan dalam keseluruhan sistem antrian.

$$W_s = \frac{1}{\mu - \lambda} = \frac{1}{5 - 4} = 1 \text{ jam}$$

- Waktu rata-rata yang dihabiskan seorang pelanggan untuk menunggu dalam antrian sampai dilayani.

$$W_q = \frac{\lambda}{\mu(\mu - \lambda)} = \frac{4}{5(5 - 4)} = 0,8 \text{ jam} = 48 \text{ menit}$$

- Probabilitas petugas rekening baru akan sibuk dan nasabah harus menunggu

$$P_w = \frac{4}{5} = 0,8$$

### Jawaban B Contoh 9.1

- Karakteristik operasi untuk sistem pelayanan multipel  
 $\lambda = 4$  nasabah per jam kedatangan  
 $\mu = 5$  nasabah per jam yang dilayani  
 $c = 2$  petugas yang datang

- Probabilitas tidak adanya nasabah dalam sistem

$$P_0 = \frac{1}{\left\{ \sum_{n=0}^{c-1} \frac{1}{n!} \left( \frac{\lambda}{\mu} \right)^n \right\} + \frac{1}{c!} \left( \frac{\lambda}{\mu} \right)^c \left( \frac{c\mu}{c\mu - \lambda} \right)}$$

$$P_0 = \frac{1}{\left\{ \frac{1}{0!} \left( \frac{4}{5} \right)^0 + \frac{1}{1!} \left( \frac{4}{5} \right)^1 \right\} + \frac{1}{2!} \left( \frac{4}{5} \right)^2 \left( \frac{2 \times 5}{2 \times 5 - 4} \right)} = 0,429$$

- Jumlah nasabah rata-rata dalam sistem antrian

$$L_s = \frac{\lambda \mu \left( \frac{\lambda}{\mu} \right)^c}{(c-1)! (c\mu - \lambda)^2} P_0 + \frac{\lambda}{\mu} = \frac{4 \times 5 \left( \frac{4}{5} \right)^2}{(2-1)! (2 \times 5 - 4)^2} (0,429) + \frac{4}{5} = 0,952$$

- Jumlah nasabah rata-rata dalam baris antrian.

$$L_q = L - \frac{\lambda}{\mu} = 0,952 - \frac{4}{5} = 0,152$$

- Waktu rata-rata yang dihabiskan seorang pelanggan dalam keseluruhan sistem antrian.

$$W_s = \frac{L}{\lambda} = \frac{0,952}{4} = 0,238 \text{ jam}$$

- Waktu rata-rata yang dihabiskan seorang pelanggan untuk menunggu dalam antrian sampai dilayani.

$$W_q = \frac{0,152}{4} = 0,038 \text{ jam}$$

- Probabilitas petugas rekening baru akan sibuk dan nasabah harus menunggu

$$P_w = \frac{1}{c!} \left( \frac{\lambda}{\mu} \right)^c \frac{c\mu}{c\mu - \lambda} P_0 = \frac{1}{2!} \left( \frac{4}{5} \right)^2 \frac{2 \times 5}{2 \times 5 - 4} 0,429 = 0,229$$

### Contoh 9.2

Restoran cepat saji mempunyai loket drive-through. Pelanggan dalam mobil datang rata-rata 10 orang per jam. Dibutuhkan rata-rata 4 menit untuk menerima dan mencatat pesanan. Restoran mempunyai target penyediaan pesanan 3 menit. Apakah sistem saat ini dapat mencapai target tersebut?

### Jawaban Contoh 9.2

- $\lambda = 10$
- $\mu = 15$

$$W_q = \frac{\lambda}{\mu(\mu - \lambda)} = \frac{10}{15(15 - 10)} = 8 \text{ menit}$$

- Karena  $W_q$  lebih besar dari target 3 menit, maka sistem tersebut tidak dapat mencapai target.

### Contoh 9.3.

Sebuah toserba memiliki 3 pramuniaga dengan 10 pelanggan datang per jamnya dan tiap pramuniaga dapat melayani 4 pelanggan per jam. Tentukan probabilitas tidak adanya pelanggan yang akan dilayani dan jumlah rata-rata pelanggan yang dilayani oleh tiap pramuniaga.

### Jawaban Contoh 9.3

- $c = 3$  pramuniaga
- $\lambda = 10$  pelanggan per jam
- $\mu = 4$  pelanggan per jam
- Probabilitas tidak adanya pelanggan

$$P_0 = \frac{1}{\left\{ \sum_{n=0}^{c-1} \frac{1}{n!} \left( \frac{\lambda}{\mu} \right)^n \right\} + \frac{1}{c!} \left( \frac{\lambda}{\mu} \right)^c \left( \frac{c\mu}{c\mu - \lambda} \right)}$$

$$P_0 = \frac{1}{\left\{ \frac{1}{0!} \left( \frac{10}{4} \right)^0 + \frac{1}{1!} \left( \frac{10}{4} \right)^1 + \frac{1}{1!} \left( \frac{10}{4} \right)^2 \right\} + \frac{1}{3!} \left( \frac{10}{4} \right)^3 \left( \frac{3 \times 4}{3 \times 4 - 10} \right)} = 0,45$$

- Jumlah rata-rata pelanggan yang dilayani oleh tiap pramuniaga

$$L_s = \frac{\lambda \mu \left( \frac{\lambda}{\mu} \right)^c}{(c-1)! (c\mu - \lambda)^2} P_0 + \frac{\lambda}{\mu}$$

$$L_s = \frac{10 \times 4 \left( \frac{10}{4} \right)^3}{(3-1)! (3 \times 4 - 10)^2} (0,45) + \frac{10}{4} = 6$$

- Jadi probabilitas tidak adanya pelanggan yang akan dilayani = 0,45
- Jumlah rata-rata pelanggan yang dilayani oleh tiap pramuniaga = 6

### Link Jurnal

<http://ejournal.esaunggul.ac.id/index.php/inovisi/article/view/1919/1712>

### Kuis

1. Aspek yang harus diperhatikan dalam mekanisme pelayanan, **kecuali**:
  - a. Tersedianya pelayanan
  - b. Kapasitas Pelayanan
  - c. Karakteristik pelayanan
  - d. Lamanya Pelayanan

2. Definisi antrian menurut Ma'arif dan Tanjung (2003), adalah:
  - a. Suatu garis tunggu dari pelanggan (satuan) yang memerlukan layanan satu atau lebih pelayan (fasilitas layanan)
  - b. Merupakan orang-orang atau barang dalam barisan yang sedang menunggu untuk dilayani atau meliputi bagaimana perusahaan dapat menentukan waktu dan fasilitas yang sebaik-baiknya agar dapat melayani pelanggan dengan efisien
  - c. Situasi barisan tunggu dimana jumlah kesatuan fisik (pendatang) sedang berusaha untuk menerima pelayanan dari fasilitas terbatas (pemberi layanan), sehingga pendatang harus menunggu beberapa waktu dalam barisan agar mendapatkan giliran untuk dilayani
  - d. Studi mengenai jalur-jalur penantian
  
3. Yang **bukan** termasuk karakteristik sistem antrian menurut Heizer dan Render (2009), adalah:
  - a. Karakteristik kedatangan atau masukan sistem
  - b. Karakteristik antrian
  - c. Karakteristik perilaku kedatangan
  - d. Karakteristik pelayanan
  
4. Yang merupakan model struktur antrian dasar yang memiliki dua atau lebih fasilitas yang diliri oleh antrian tunggal, adalah:
  - a. *Single Channel – Single Phase*
  - b. *Single Channel – Multi Phase*
  - c. *Multi Channel – Single Phase*
  - d. *Multi Channel – Multi Phase*
  
5. Aturan antrian yang mengacu pada peraturan pelanggan yang ada dalam barisan untuk menerima pelayanan, disebut:
  - a. Mekanisme pelayanan
  - b. Struktur antrian
  - c. Karakteristik antrian
  - d. Desain sistem pelayanan

### Tugas

Jawablah pertanyaan dibawah ini yang bersumber dari modul dan jurnal yang saudara baca sebelumnya:

1. Dari link jurnal dalam pembelajaran ini, jelaskan:
  - a. Latar belakang dan tujuan dari penelitian tersebut.
  - b. Metode yang digunakan pada penelitian tersebut.
  - c. Hasil dari penelitian tersebut.
  - d. Manfaat dari hasil penelitian tersebut.

**Referensi**

- Ade Momon dan Ana Ahdiat. 2012. Perancangan Dan Implementasi Model Sistem Antrian Pelayanan di Puskesmas Mulya Mekar. Majalah Ilmiah Solusi Unsika ISSN 1412-86676 Vol. 10 No. 22 Ed. Mar - Mei 2012
- Charissa Margaret, Kartika Suhada, Victor Suhandi. 2012. Usulan Rancangan Sistem Antrian yang Optimal dan Ekonomis dengan Menggunakan Simulasi ProModel (Studi Kasus di Fiesta Steak Restaurant). JURNAL INTEGRAL VOL. 2, NO. 1, JUNI 2012:41-56
- Heizer, Jay dan Barry Render. 2009. *Operation Management*. Terjemahan oleh Dwianoegrawati Setyoningsih dan Indra Almahdy. Edisi 7. Buku I. Jakarta: Salemba Empat.
- Ma'arif dan Tanjung. 2003. *Manajemen Produksi dan Operasi*. Edisi Revisi. Jakarta: Fakultas Ekonomi Universitas Jakarta.
- Nana Syaodih S. 2009. Metode Penelitian Pendidikan. Edisi 5. Bandung: PT. Remaja Rosdakarya Offset
- Nurchahyo. Widyat, 2005, Pengantar Teknik Industri, Modul Perkuliahan, Fakultas Teknik Universitas Tama Jagakarsa
- Wignjosebroto. S, 2003, Pengantar Teknik dan Manajemen Industri, Guna Widya